

<i>Rodzaj dokumentu:</i>	<b>Zasady oceniania rozwiązań zadań</b>
<i>Egzamin:</i>	<b>Egzamin maturalny</b> Test diagnostyczny
<i>Przedmiot:</i>	<b>Matematyka</b>
<i>Poziom:</i>	<b>Poziom podstawowy</b>
<i>Formy arkusza:</i>	MMAP-P0-100-2212, MMAP-P0-200-2212, MMAP-P0-300-2212, MMAP-P0-400-2212, MMAP-P0-700-2212, MMAP-P0-Q00-2212, MMAP-P0-Z00-2212, MMAU-P0-100-2212
<i>Data publikacji dokumentu:</i>	15 grudnia 2022 r. (wersja 1)

**Uwagi:**

1. Akceptowane są wszystkie rozwiązania merytorycznie poprawne i spełniające warunki zadania.

2. Jeżeli zdający, rozwiązując zadanie otwarte, popełni błędy rachunkowe, które na żadnym etapie rozwiązania nie upraszczają i nie zmieniają danego zagadnienia, lecz stosuje poprawną metodę i konsekwentnie do popełnionych błędów rachunkowych rozwiązuje zadanie, to może otrzymać co najwyżej  $(n - 1)$  punktów (gdzie  $n$  jest maksymalną możliwą do uzyskania liczbą punktów za dane zadanie).

**Zadanie 1. (0–1)**

<b>Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024<sup>1</sup></b>	
<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymagania szczegółowe</b>
I. Sprawność rachunkowa. Wykonywanie obliczeń na liczbach rzeczywistych, także przy użyciu kalkulatora, stosowanie praw działań matematycznych przy przekształcaniu wyrażeń algebraicznych oraz wykorzystywanie tych umiejętności przy rozwiązywaniu problemów w kontekstach rzeczywistych i teoretycznych.	Zdający: I.1) wykonuje działania ([...] mnożenie, [...] potęgowanie, [...]) w zbiorze liczb rzeczywistych; I.4) stosuje związek pierwiastkowania z potęgowaniem oraz prawa działań na potęgach i pierwiastkach.

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

C

<sup>1</sup> Rozporządzenie Ministra Edukacji i Nauki z dnia 10 czerwca 2022 r. w sprawie wymagań egzaminacyjnych dla egzaminu maturalnego przeprowadzanego w roku szkolnym 2022/2023 i 2023/2024 (Dz.U. 2022, poz.1246).

**Zadanie 2. (0–1)**

<b>Wymagania ogólne</b>	<b>Wymaganie szczegółowe</b>
<p>I. Sprawność rachunkowa. Wykonywanie obliczeń na liczbach rzeczywistych, także przy użyciu kalkulatora, stosowanie praw działań matematycznych przy przekształcaniu wyrażeń algebraicznych oraz wykorzystywanie tych umiejętności przy rozwiązywaniu problemów w kontekstach rzeczywistych i teoretycznych.</p> <p>III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.</p>	<p>Zdający: I.8) wykorzystuje własności potęgowania [...] w sytuacjach praktycznych, w tym do obliczania procentów składanych z kapitalizacją roczną i zysków z lokat.</p>

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

A

**Zadanie 3. (0–1)**

<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymaganie szczegółowe</b>
<p>III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie i tworzenie modeli matematycznych przy rozwiązywaniu problemów praktycznych i teoretycznych.</p>	<p>Zdający: IV.2) stosuje układy równań liniowych do rozwiązywania zadań tekstowych.</p>

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

C

### Zadanie 4. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
<p>I. Sprawność rachunkowa. Wykonywanie obliczeń na liczbach rzeczywistych, także przy użyciu kalkulatora, stosowanie praw działań matematycznych przy przekształcaniu wyrażeń algebraicznych oraz wykorzystywanie tych umiejętności przy rozwiązywaniu problemów w kontekstach rzeczywistych i teoretycznych.</p>	<p>Zdający: II.1) stosuje wzory skróconego mnożenia na: [...] <math>a^2 - b^2</math>; II.6) dodaje i odejmuje wyrażenia wymierne, w przypadkach nie trudniejszych niż: <math>\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x}</math>, <math>\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}</math>, <math>\frac{x+1}{x+2} + \frac{x-1}{x+1}</math>.</p>

#### Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

#### Rozwiązanie

C

### Zadanie 5. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
<p>III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie i tworzenie modeli matematycznych przy rozwiązywaniu problemów praktycznych i teoretycznych.</p>	<p>Zdający: XI.1) zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych.</p>

#### Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

#### Rozwiązanie

B

**Zadanie 6. (0–1)**

<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymagania szczegółowe</b>
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: I.4) stosuje związek pierwiastkowania z potęgowaniem oraz prawa działań na potęgach i pierwiastkach; I.9) stosuje związek logarytmowania z potęgowaniem, posługuje się wzorami na [...] logarytm potęgi; V.2) oblicza wartość funkcji zadanej wzorem algebraicznym.

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

B

**Zadanie 7.1. (0–1)**

<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymaganie szczegółowe</b>
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: V.4) odczytuje z wykresu funkcji:[...] zbiór wartości [...].

**Zasady oceniania**

1 pkt – rozwiązanie poprawne.

0 pkt – rozwiązanie niepoprawne lub niepełne albo brak rozwiązania.

**Rozwiązanie**

[−3, ∞)

**Zadanie 7.2. (0–2)**

<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymagania szczegółowe</b>
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: V.8) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci ogólnej, kanonicznej i iloczynowej [...]; V.9) wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie informacji o tej funkcji lub o jej wykresie.

### Zasady oceniania

2 pkt – poprawna metoda wyznaczenia postaci kanonicznej funkcji  $f$  oraz zapisanie jej wzoru:

$$f(x) = 3(x - 5)^2 - 3.$$

1 pkt – zapisanie wzoru funkcji  $f$  w postaci kanonicznej:  $f(x) = a(x - 5)^2 - 3$  lub

w postaci iloczynowej  $f(x) = a(x - 4)(x - 6)$ , lub w postaci ogólnej

$$f(x) = 3x^2 - 30x + 72.$$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

### Przykładowe pełne rozwiązania

#### Sposób I

Wzór funkcji  $f$  w postaci kanonicznej to

$$f(x) = a(x - 5)^2 - 3, \text{ gdzie } a \neq 0$$

Obliczamy  $a$ . Wykres funkcji przechodzi przez punkt o współrzędnych  $(4, 0)$ , zatem

$$0 = a \cdot (4 - 5)^2 - 3, \text{ czyli } 0 = a - 3$$

Stąd  $a = 3$ .

Wzór funkcji  $f$  w postaci kanonicznej to  $f(x) = 3(x - 5)^2 - 3$ .

#### Sposób II

Wzór funkcji  $f$  w postaci kanonicznej to

$$f(x) = a(x - 5)^2 - 3, \text{ gdzie } a \neq 0$$

Ponieważ wykres funkcji kwadratowej  $f$  jest symetryczny względem prostej o równaniu  $x = 5$ , więc miejscami zerowymi funkcji  $f$  są liczby 4 oraz 6.

Przyrównujemy postać iloczynową funkcji  $f$  do jej postaci kanonicznej:

$$\begin{aligned} a(x - 4)(x - 6) &= a(x - 5)^2 - 3 \\ ax^2 - 10ax + 24a &= ax^2 - 10ax + 25a - 3 \\ a &= 3 \end{aligned}$$

Wzór funkcji  $f$  w postaci kanonicznej to  $f(x) = 3(x - 5)^2 - 3$ .

#### Sposób III

Wzór funkcji  $f$  w postaci kanonicznej to

$$f(x) = a(x - 5)^2 - 3, \text{ gdzie } a \neq 0$$

Ponieważ wykres funkcji kwadratowej  $f$  jest symetryczny względem prostej o równaniu  $x = 5$ , więc miejscami zerowymi funkcji  $f$  są liczby 4 oraz 6.

Zapisujemy wzór funkcji  $f$  w postaci iloczynowej:  $f(x) = a(x - 4)(x - 6)$

Podstawiając do tego wzoru współrzędne wierzchołka  $(5, -3)$ , otrzymujemy równanie

$$f(5) = a(5 - 4)(5 - 6) = -3$$

Stąd  $a = 3$ .

Wzór funkcji  $f$  w postaci kanonicznej to  $f(x) = 3(x - 5)^2 - 3$ .

#### Sposób IV

Wzór funkcji  $f$  w postaci ogólnej to

$$f(x) = ax^2 + bx + c, \text{ gdzie } a \neq 0$$

Ponieważ wykres funkcji kwadratowej  $f$  jest symetryczny względem prostej o równaniu  $x = 5$ , więc jej miejscami zerowymi są liczby 4 oraz 6.

Do wykresu funkcji  $f$  należą punkty  $(4, 0)$ ,  $(5, -3)$  oraz  $(6, 0)$ .

Wstawiając ich współrzędne do wzoru funkcji  $f$ , otrzymujemy

$$\begin{cases} 0 = a \cdot 4^2 + b \cdot 4 + c \\ -3 = a \cdot 5^2 + b \cdot 5 + c \\ 0 = a \cdot 6^2 + b \cdot 6 + c \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 = 16a + 4b + c \\ -3 = 25a + 5b + c \\ 0 = 36a + 6b + c \end{cases}$$

Stąd  $a = 3$ ,  $b = -30$ ,  $c = 72$ .

Zatem

$$f(x) = 3x^2 - 30x + 72$$

Wzór ten można przekształcić do postaci

$$f(x) = 3x^2 - 30x + 72 = 3(x^2 - 10x + 25) - 3 = 3(x - 5)^2 - 3$$

Wzór funkcji  $f$  w postaci kanonicznej to  $f(x) = 3(x - 5)^2 - 3$ .

#### Zadanie 8. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: V.8) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci [...] iloczynowej (jeśli istnieje). III.4) rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe.

#### Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

#### Rozwiązanie

B

### Zadanie 9. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: V.8) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci ogólnej [...].

#### Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepełna lub niepoprawna albo brak odpowiedzi.

#### Rozwiązanie

B1

### Zadanie 10. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: IV.1) [...] podaje interpretację geometryczną układów oznaczonych [...].

#### Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

#### Rozwiązanie

A

### Zadanie 11. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: II.4) rozkłada wielomiany na czynniki metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias oraz metodą grupowania wyrazów [...].

#### Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.



**Rozwiązanie**

B

**Zadanie 12. (0–1)**

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: III.6) rozwiązuje równania wymierne w postaci $\frac{V(x)}{W(x)} = 0$ , gdzie wielomiany $V(x)$ i $W(x)$ są zapisane w postaci iloczynowej.

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

A

**Zadanie 13. (0–1)**

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: III.3) rozwiązuje nierówności liniowe z jedną niewiadomą.

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

A

**Zadanie 14. (0–2)**

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 1. Przeprowadzanie rozumowań, także kilkietapowych, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, odróżnianie dowodu od przykładu.	Zdający: I.2) przeprowadza proste dowody dotyczące podzielności liczb całkowitych i reszt z dzielenia [...].

### Zasady oceniania

- 2 pkt – przeprowadzenie pełnego dowodu, tj. rozpatrzenie dwóch przypadków: gdy  $n = 2k$  oraz  $n = 2k + 1$   
ALBO  
przekształcenie wyrażenia  $5n^2 + 15n$  do postaci  $5n(n + 3)$  oraz uzasadnienie, że liczba  $5n(n + 3)$  dzieli się przez 2 i przez 5, czyli jest podzielna przez 10.
- 1 pkt – przekształcenie wyrażenia  $5n^2 + 15n$  do postaci  $5n(n + 3)$   
ALBO  
rozpatrzenie przypadku, gdy  $n = 2k$  (gdzie  $k \in \mathbb{N}$ ), tj. przekształcenie wyrażenia  $5n^2 + 15n$  do postaci  $10 \cdot (2k^2 + 3k)$  i zapisanie, że liczba  $2k^2 + 3k$  jest naturalna,  
ALBO  
rozpatrzenie przypadku, gdy  $n = 2k + 1$  (gdzie  $k \in \mathbb{N}$ ), tj. przekształcenie wyrażenia  $5n^2 + 15n$  do postaci  $10 \cdot (2k^2 + 5k + 2)$  i zapisanie, że liczba  $2k^2 + 5k + 2$  jest naturalna.
- 0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

### Przykładowe pełne rozwiązania

#### Sposób I

Przedstawiamy liczbę  $5n^2 + 15n$  w postaci iloczynu

$$5n^2 + 15n = 5n(n + 3)$$

Liczyby  $n$  oraz  $n + 3$  różnią się o liczbę nieparzystą. Zatem, jeśli  $n$  jest parzysta, wtedy  $n + 3$  jest nieparzysta. Jeśli  $n$  jest nieparzysta, wtedy  $n + 3$  jest parzysta. Wynika stąd, że liczba  $5n(n + 3)$  dzieli się przez 2 i przez 5, czyli jest podzielna przez 10. To należało wykazać.

#### Sposób II

Rozważamy dwa przypadki: gdy liczba  $n$  jest parzysta i gdy liczba  $n$  jest nieparzysta. Parzystą liczbę  $n$  możemy zapisać w postaci  $n = 2k$ , gdzie  $k \in \mathbb{N}$ .

Wtedy

$$5n^2 + 15n = 5(2k)^2 + 15 \cdot 2k = 20k^2 + 30k = 10 \cdot (2k^2 + 3k)$$

Ponieważ  $k$  jest liczbą naturalną, to liczba  $2k^2 + 3k$  również jest naturalna, a iloczyn  $10 \cdot (2k^2 + 3k)$  jest podzielny przez 10.

W przypadku, gdy liczba  $n$  jest nieparzysta, możemy ją zapisać w postaci  $n = 2k + 1$ , gdzie  $k \in \mathbb{N}$ .

Wtedy

$$\begin{aligned} 5n^2 + 15n &= 5(2k + 1)^2 + 15 \cdot (2k + 1) = 5(4k^2 + 4k + 1) + 30k + 15 = \\ &= 20k^2 + 20k + 5 + 30k + 15 = 20k^2 + 50k + 20 = 10 \cdot (2k^2 + 5k + 2) \end{aligned}$$

Ponieważ  $k$  jest liczbą naturalną, to liczba  $2k^2 + 5k + 2$  również jest naturalna, a iloczyn  $10 \cdot (2k^2 + 5k + 2)$  jest podzielny przez 10. To należało wykazać.

**Sposób III**

Przedstawiamy liczbę  $5n^2 + 15n$  w postaci iloczynu

$$5n^2 + 15n = 5n(n + 3)$$

Rozważamy dwa przypadki: gdy liczba  $n$  jest parzysta i gdy liczba  $n$  jest nieparzysta.

Parzystą liczbę  $n$  możemy zapisać w postaci  $n = 2k$ , gdzie  $k \in \mathbb{N}$ .

Wtedy

$$5n^2 + 15n = 5 \cdot 2k(2k + 3) = 10k(2k + 3)$$

Ponieważ  $k$  jest liczbą naturalną, to liczba  $2k + 3$  również jest naturalna, a iloczyn  $10 \cdot k(2k + 3)$  jest podzielny przez 10.

W przypadku, gdy liczba  $n$  jest nieparzysta, możemy ją zapisać w postaci  $n = 2k + 1$ , gdzie  $k \in \mathbb{N}$ .

Wtedy

$$5n^2 + 15n = 5(2k + 1)(2k + 1 + 3) = 10(2k + 1)(k + 2)$$

Ponieważ  $k$  jest liczbą naturalną, to liczby  $2k + 1$  oraz  $k + 2$  również są naturalne, a iloczyn  $10 \cdot (2k + 1)(k + 2)$  jest podzielny przez 10. To należało wykazać.

**Zadanie 15. (0–1)**

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: VI.2) w prostych przypadkach bada, czy ciąg jest rosnący, czy malejący; VI.1) oblicza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym.

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepełna lub niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

FP

**Zadanie 16. (0–1)**

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: VI.4) stosuje wzór na $n$ -ty wyraz [...] ciągu arytmetycznego.

### Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

### Rozwiązanie

A

### Zadanie 17. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: VI.5) stosuje wzór na $n$ -ty wyraz [...] ciągu geometrycznego.

### Zasady oceniania

2 pkt – wybranie dwóch odpowiedzi, z których obie są poprawne: A i E.

1 pkt – wybranie jednej lub dwóch odpowiedzi, z których jedna jest poprawna: A albo E.

0 pkt – rozwiązanie niepoprawne lub niepełne albo brak rozwiązania.

### Rozwiązanie

AE

### Zadanie 18. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: VII.2) korzysta z wzorów $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ [...].

### Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

### Rozwiązanie

B

**Zadanie 19. (0–1)**

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: VIII.5) stosuje własności kątów wpisanych i środkowych.

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

A

**Zadanie 20. (0–4)**

Wymagania ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie i tworzenie modeli matematycznych przy rozwiązywaniu problemów praktycznych i teoretycznych. IV. Rozumowanie i argumentacja. 4. Stosowanie i tworzenie strategii przy rozwiązywaniu zadań, również w sytuacjach nietypowych.	XIII. Zdający rozwiązuje zadania optymalizacyjne w sytuacjach dających się opisać funkcją kwadratową.

**Zasady oceniania**

4 pkt – poprawna metoda obliczenia obu wymiarów kąpieliska oraz podanie poprawnych wyników:  $a = 50$  m oraz  $b = 100$  m.

3 pkt – poprawne zapisanie wzoru na pole powierzchni kąpieliska w zależności od zmiennej  $a$  oraz podanie dziedziny funkcji  $a \in (0, 100)$  i prawidłowe obliczenie pierwszej współrzędnej wierzchołka paraboli:  $a = 50$  m  
 ALBO

poprawne zapisanie wzoru na pole powierzchni kąpieliska w zależności od zmiennej  $b$  oraz podanie dziedziny funkcji  $b \in (0, 200)$  i prawidłowe obliczenie pierwszej współrzędnej wierzchołka paraboli:  $b = 100$  m.

2 pkt – poprawne zapisanie wzoru na pole powierzchni kąpieliska w zależności od jednej zmiennej:  $P(a) = a(200 - 2a)$  lub  $P(b) = b\left(100 - \frac{1}{2}b\right)$ .

1 pkt – zapisanie związku między wymiarami kąpieliska:  $2a + b = 200$ .

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

### Przykładowe pełne rozwiązania

#### Sposób I

Przyjmijmy oznaczenia jak na rysunku w zadaniu. Długość liny użytej do wytyczenia kąpieliska – po uwzględnieniu warunków zadania – można zapisać równaniem

$$2a + b = 200$$

Stąd wyznaczamy  $b$ :  $b = 200 - 2a$ .

Z warunków zadania wynika, że

$$a > 0 \quad \text{i} \quad b > 0$$

Powierzchnia  $P$  kąpieliska jest równa polu prostokąta o bokach długości  $a$  oraz  $b$ . Zatem

$$P = a \cdot b$$

Powierzchnię kąpieliska wyrażamy jako funkcję jednej zmiennej  $a$ . W tym celu podstawiamy  $b = 200 - 2a$  i otrzymujemy

$$P(a) = a(200 - 2a) = -2a^2 + 200a$$

Wyznaczamy dziedzinę funkcji  $P$ . Wykorzystamy związek między wymiarami  $a$  i  $b$  oraz wykorzystamy warunki, jakie te wymiary spełniają

$$b = 200 - 2a > 0 \quad \text{oraz} \quad a > 0$$

Zatem

$$a < 100 \quad \text{oraz} \quad a > 0$$

Zmienna  $a$  może przyjmować wartości z przedziału  $(0, 100)$ .

Wykresem funkcji  $P$  jest fragment paraboli skierowanej ramionami do dołu. Obliczamy pierwszą współrzędną wierzchołka paraboli:

$$p = -\frac{200}{2 \cdot (-2)} = 50 \in (0, 100)$$

Zatem funkcja  $P$  przyjmuje wartość największą dla argumentu 50.

Obliczamy drugi wymiar, dla którego kąpielisko ma największą powierzchnię:

$$b = 200 \text{ m} - 2 \cdot 50 \text{ m} = 100 \text{ m}$$

Największą powierzchnię ma kąpielisko o wymiarach:  $a = 50 \text{ m}$  oraz  $b = 100 \text{ m}$ .

#### Sposób II

Przyjmijmy oznaczenia jak na rysunku w zadaniu. Długość liny użytej do wytyczenia kąpieliska – po uwzględnieniu warunków zadania – można zapisać równaniem

$$2a + b = 200$$

Stąd wyznaczamy  $a$ :  $a = 100 - \frac{1}{2}b$ .

Z warunków zadania wynika, że

$$a > 0 \quad \text{i} \quad b > 0$$

Powierzchnia  $P$  kąpieliska jest równa polu prostokąta o bokach długości  $a$  oraz  $b$ . Zatem

$$P = a \cdot b$$

Powierzchnię kąpieliska wyrażamy jako funkcję jednej zmiennej  $b$ . W tym celu podstawiamy

$$a = 100 - \frac{1}{2}b \text{ i otrzymujemy}$$

$$P(b) = b \left( 100 - \frac{1}{2}b \right)$$

Wyznaczamy dziedzinę funkcji  $P$ . Wykorzystamy związek między wymiarami  $a$  i  $b$  oraz wykorzystamy warunki, jakie te wymiary spełniają

$$a = 100 - \frac{1}{2}b > 0 \text{ oraz } b > 0$$

Zatem

$$b < 200 \text{ oraz } b > 0$$

Zmienna  $b$  może przyjmować wartości z przedziału  $(0, 200)$ .

Wykresem funkcji  $P$  jest fragment paraboli skierowanej ramionami do dołu. Obliczamy pierwszą współrzędną wierzchołka paraboli jako średnią arytmetyczną pierwiastków równania:

$$b \left( 100 - \frac{1}{2}b \right) = 0$$

Pierwiastkami tego równania są liczby

$$b_1 = 0 \text{ oraz } b_2 = 200$$

Zatem pierwsza współrzędna wierzchołka paraboli jest równa

$$p = \frac{b_1 + b_2}{2} = 100 \in (0, 200)$$

Zatem funkcja  $P$  przyjmuje wartość największą dla argumentu 100.

Obliczamy drugi wymiar, dla którego kąpielisko ma największą powierzchnię:

$$a = 100 \text{ m} - \frac{1}{2} \cdot 100 \text{ m} = 50 \text{ m}$$

Największą powierzchnię ma kąpielisko o wymiarach:  $a = 50 \text{ m}$  oraz  $b = 100 \text{ m}$ .

### Zadanie 21. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: VIII.6) stosuje wzory na pole wycinka koła [...].

### Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

### Rozwiązanie

A

#### Zadanie 22. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: VIII.8) korzysta z cech podobieństwa trójkątów.

### Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

### Rozwiązanie

A

#### Zadanie 23. (0–2)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych. 3. Tworzenie pomocniczych obiektów matematycznych na podstawie istniejących, w celu przeprowadzenia argumentacji lub rozwiązania problemu.	Zdający: VIII.4) korzysta z własności kątów i przekątnych w [...] równoległobokach, rombów [...]; VIII.8) korzysta z cech podobieństwa trójkątów.

### Zasady oceniania

2 pkt – poprawna metoda obliczenia długości boku rombu oraz poprawny wynik:  $a = \frac{48}{7}$ .

1 pkt – zapisanie związku między długościami odcinków wynikającego z podobieństwa

odpowiednich trójkątów, np.  $\frac{|AF|}{|EF|} = \frac{|AB|}{|BD|}$ ,  $\frac{|BF|}{|FG|} = \frac{|AB|}{|AC|}$ ,  $\frac{|KH|}{|OD|} = \frac{|KC|}{|OC|}$ ,  $\frac{|KG|}{|OB|} = \frac{|KC|}{|OC|}$ .

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.



**Przykładowe pełne rozwiązania***Sposób I*

Niech  $a$  oznacza długość boku rombu.

Trójkąty  $AEF$  i  $ADB$  są podobne oraz trójkąty  $FBG$  i  $ABC$  są podobne (na mocy cechy  $kkk$  podobieństwa trójkątów).

Zatem mamy zależności:

$$\frac{|AF|}{|EF|} = \frac{|AB|}{|BD|} \text{ oraz } \frac{|BF|}{|FG|} = \frac{|AB|}{|AC|}$$

$$\frac{|AF|}{a} = \frac{|AB|}{12} \text{ oraz } \frac{|BF|}{a} = \frac{|AB|}{16}$$

Zatem

$$|AF| = \frac{|AB| \cdot a}{12} \text{ oraz } |BF| = \frac{|AB| \cdot a}{16}$$

Wobec tego

$$|AB| = |AF| + |BF| = \frac{|AB| \cdot a}{12} + \frac{|AB| \cdot a}{16}$$

Zatem

$$1 = \frac{a}{12} + \frac{a}{16}$$

Wynika stąd, że  $a = \frac{48}{7}$ .

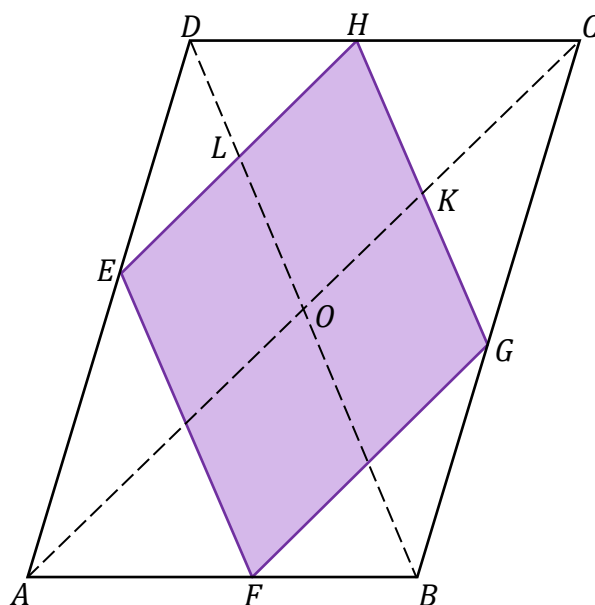
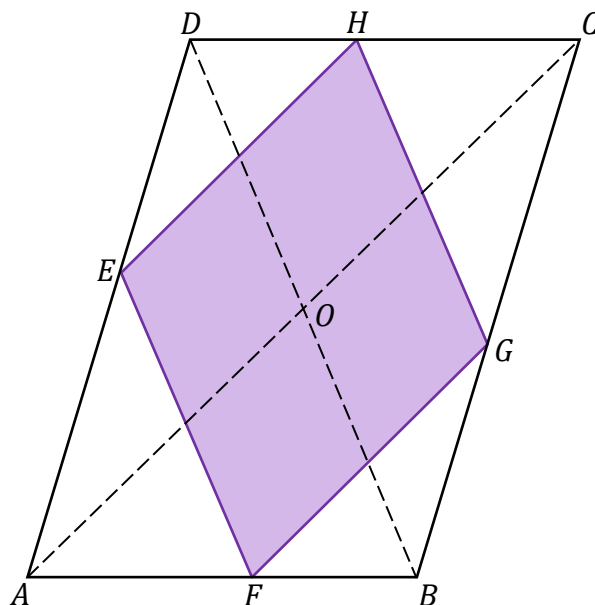
Długość boku rombu  $EFGH$  jest równa  $\frac{48}{7}$ .

*Sposób II*

Niech  $a$  oznacza długość boku rombu.

Z warunków zadania mamy  $|OD| = 6$ ,  
 $|OC| = 8$ .

Punkt  $K$  jest punktem przecięcia przekątnej  $AC$  równoległoboku z bokiem  $GH$  rombu. Punkt  $L$  jest punktem przecięcia przekątnej  $BD$  równoległoboku z bokiem  $EH$  rombu.



Trójkąty  $HKC$  i  $DOC$  są podobne oraz trójkąty  $GKC$  i  $BOC$  są podobne (na mocy cechy  $kkk$  podobieństwa trójkątów), zatem

$$\frac{|KH|}{|OD|} = \frac{|KC|}{|OC|} \text{ oraz } \frac{|KG|}{|OB|} = \frac{|KC|}{|OC|}$$

Stąd

$$\frac{|KH|}{6} = \frac{|KG|}{6}$$

Zatem  $|KH| = |KG| = \frac{a}{2}$ .

Analogicznie  $|LH| = |LE| = \frac{a}{2}$ .

Ponieważ boki czworokąta  $LOKH$  są równoległe do boków rombu  $EFGH$ , więc  $LOKH$  również jest rombem i każdy z jego boków ma długość  $\frac{a}{2}$ .

Możemy zatem obliczyć długość odcinka  $|KC| = |OC| - |OK| = 8 - \frac{a}{2}$ .

Korzystając ponownie z podobieństwa trójkątów  $HKC$  i  $DOC$ , mamy

$$\frac{|KH|}{|OD|} = \frac{|KC|}{|OC|}$$

$$\frac{\frac{a}{2}}{6} = \frac{8 - \frac{a}{2}}{8}$$

Stąd

$$a = \frac{48}{7}$$

Długość boku rombu  $EFGH$  jest równa  $\frac{48}{7}$ .

### Zadanie 24. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
<p>III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.</p> <p>1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.</p>	<p>Zdający:</p> <p>VII.2) korzysta z wzorów</p> $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1, \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha};$ <p>VII.3) stosuje [...] wzór na pole trójkąta</p> $P = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin \gamma.$ <p>VIII.11) stosuje funkcje trygonometryczne do wyznaczania długości odcinków [...].</p>

**Zasady oceniania**

2 pkt – obliczenie pola trójkąta  $ABC$  i zapisanie poprawnego wyniku:  $P = \frac{18}{5}$ .

1 pkt – obliczenie sinusa kąta  $\alpha$ :  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$

ALBO

obliczenie długości wysokości trójkąta  $ABC$ :  $h = \frac{12}{5}$ ,

ALBO

obliczenie kwadratu długości boku  $BC$ :  $|BC|^2 = \frac{29}{5}$ .

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Przykładowe pełne rozwiązania***Sposób I*

Z warunków zadania mamy:  $|AC| = 4$ ,  $|AB| = 3$ .

Oznaczmy przez  $\alpha$  miarę kąta  $BAC$ . Wtedy  $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ .

Aby obliczyć pole  $P$  trójkąta  $ABC$ , zastosujemy wzór

$$P = \frac{1}{2} \cdot |AB| \cdot |AC| \cdot \sin \alpha$$

Korzystając z tożsamości  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ , obliczamy sinus kąta  $\alpha$ :

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2} = \sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5}$$

Zatem

$$P = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 \cdot \frac{3}{5} = \frac{18}{5}$$

Pole trójkąta  $ABC$  jest równe  $\frac{18}{5}$ .

*Sposób II*

Z warunków zadania mamy:  $|AC| = 4$ ,  $|AB| = 3$ .

Niech  $h$  oznacza wysokość  $CD$  trójkąta  $ABC$  opuszczoną z wierzchołka  $C$ , natomiast  $\alpha$  – miarę kąta  $BAC$ .

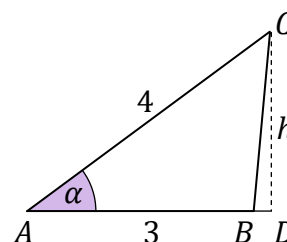
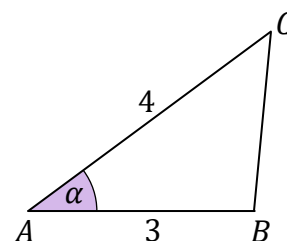
Wtedy  $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ .

Aby obliczyć pole  $P$  trójkąta  $ABC$ , zastosujemy wzór

$$P = \frac{1}{2} \cdot |AB| \cdot |CD|$$

W tym celu najpierw obliczamy długość odcinka  $AD$ :

$$\cos \alpha = \frac{|AD|}{|AC|}$$



$$\frac{4}{5} = \frac{|AD|}{4}$$

$$|AD| = \frac{16}{5}$$

Korzystając z twierdzenia Pitagorasa dla trójkąta  $ADC$ , obliczamy wysokość  $h = |CD|$ :

$$|AD|^2 + |CD|^2 = |AC|^2$$

$$\left(\frac{16}{5}\right)^2 + h^2 = 4^2$$

$$h^2 = 16 - \frac{256}{25}$$

$$h^2 = \frac{144}{25}$$

$$h = \frac{12}{5}$$

Obliczamy pole trójkąta  $ABC$ :

$$P = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot \frac{12}{5} = \frac{18}{5}$$

Pole trójkąta  $ABC$  jest równe  $\frac{18}{5}$ .

### Sposób III

Z warunków zadania mamy:  $|AC| = 4$ ,  $|AB| = 3$ .

Z twierdzenia cosinusów mamy:

$$|BC|^2 = 3^2 + 4^2 - 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \frac{4}{5} = \frac{29}{5}$$

$$|BC| = \sqrt{\frac{29}{5}} = \frac{\sqrt{145}}{5}$$

Obwód  $O_{ABC}$  trójkąta  $ABC$  jest równy

$$O_{ABC} = 4 + 3 + \frac{\sqrt{145}}{5} = \frac{35 + \sqrt{145}}{5}$$

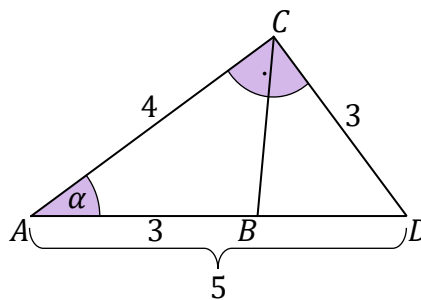
Stosując wzór Herona, obliczamy pole  $P$  trójkąta  $ABC$ :

$$\begin{aligned} P &= \sqrt{\frac{35 + \sqrt{145}}{10} \cdot \frac{35 - \sqrt{145}}{10} \cdot \frac{\sqrt{145} - 5}{10} \cdot \frac{\sqrt{145} + 5}{10}} = \\ &= \sqrt{\frac{1225 - 145}{100} \cdot \frac{145 - 25}{100}} = \sqrt{\frac{1080}{100} \cdot \frac{120}{100}} = \frac{360}{100} = \frac{18}{5} \end{aligned}$$

Pole trójkąta  $ABC$  jest równe  $\frac{18}{5}$ .

**Sposób IV**

Z warunków zadania mamy:  $|AC| = 4$ ,  $|AB| = 3$ .  
Niech  $D$  będzie punktem przecięcia prostej  $AB$   
z prostą prostopadłą do prostej  $AC$  przechodzącą  
przez punkt  $C$ .



Wtedy trójkąt  $ADC$  jest prostokątny, a ponieważ  
 $\cos \alpha = \frac{4}{5}$  oraz  $|AC| = 4$ , więc jest to trójkąt egipski.  
Zatem  $|AD| = 5$  oraz  $|CD| = 3$ .

Pole trójkąta  $ADC$  jest równe

$$P_{ADC} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 = 6$$

Trójkąty  $ABC$  i  $ADC$  mają wspólną wysokość  $h$  poprowadzoną z wierzchołka  $C$ . Możemy  
ją wyznaczyć ze wzoru na pole trójkąta  $ADC$ :

$$P_{ADC} = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot h = 6$$

Stąd  $h = \frac{12}{5}$ .

Obliczamy pole trójkąta  $ABC$ :

$$P = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot \frac{12}{5} = \frac{18}{5}$$

Pole trójkąta  $ABC$  jest równe  $\frac{18}{5}$ .

**Zadanie 25.1. (0–1)**

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: VIII.3) rozpoznaje wielokąty foremne i korzysta z ich podstawowych własności.

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

C

### Zadanie 25.2. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: VIII.3) rozpoznaje wielokąty foremne i korzysta z ich podstawowych własności.

#### Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

#### Rozwiązanie

B

### Zadanie 26. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: VIII.4) korzysta z własności kątów i przekątnych w [...] trapezach; VIII.8) korzysta z cech podobieństwa trójkątów; VIII.9) wykorzystuje zależności między obwodami [...] figur podobnych.

#### Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

#### Rozwiązanie

C

### Zadanie 27. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: IX.4) posługuje się równaniem okręgu $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ .

#### Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

A

**Zadanie 28. (0–1)**

<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymaganie szczegółowe</b>
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: IX.1) rozpoznaje wzajemne położenie prostych na płaszczyźnie na podstawie ich równań [...].

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

B

**Zadanie 29. (0–1)**

<b>Wymaganie ogólne</b>	<b>Wymaganie szczegółowe</b>
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: IX.2) posługuje się równaniem prostej na płaszczyźnie w postaci kierunkowej, w tym wyznacza równanie prostej o zadanych własnościach (takich jak na przykład przechodzenie przez dwa dane punkty, znany współczynnik kierunkowy, równoległość [...] do innej prostej [...]).

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

B

### Zadanie 30.1. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: X.1) rozpoznaje wzajemne położenie prostych w przestrzeni [...]; X.4) oblicza objętości [...] ostrosłupów [...].

#### Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

#### Rozwiązanie

A

### Zadanie 30.2. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: X.2) posługuje się pojęciem kąta między prostą a płaszczyzną. VII.1) wykorzystuje definicje funkcji sinus, cosinus i tangens dla kątów od $0^\circ$ do $180^\circ$ [...].

#### Zasady oceniania

2 pkt – obliczenie wartości cosinusa kąta  $\alpha$ :  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$ .

1 pkt – obliczenie długości odcinka  $AO$ :  $|AO| = \frac{9\sqrt{2}}{2}$ .

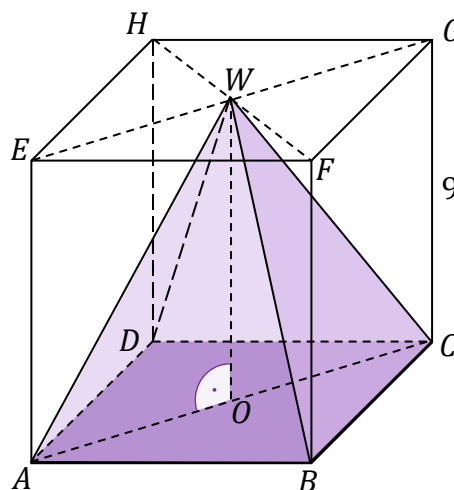
0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

#### Przykładowe pełne rozwiązania

##### Sposób I

Oznaczamy przez  $O$  spodek wysokości ostrosłupa  $ABCDW$ . Wtedy wysokość ostrosłupa jest równa  $|OW| = 9$ .

Odcinek  $AC$  jest przekątną kwadratu o boku 9, zatem jego długość jest równa  $9\sqrt{2}$ . Odcinek  $AO$  stanowi jego połowę, więc  $|AO| = \frac{9\sqrt{2}}{2}$ .





Z twierdzenia Pitagorasa dla trójkąta  $AOW$  mamy:

$$|AO|^2 + |OW|^2 = |AW|^2$$

Podstawiamy długości odcinków:

$$\left(\frac{9\sqrt{2}}{2}\right)^2 + 9^2 = |AW|^2$$

$$|AW|^2 = 9^2 \left(\frac{2}{4} + 1\right)$$

$$|AW| = \frac{9\sqrt{6}}{2}$$

Oznaczamy kąt  $WAO$  przez  $\alpha$ . Obliczamy cosinus kąta  $\alpha$ :

$$\cos \alpha = \frac{|AO|}{|AW|} = \frac{\frac{9\sqrt{2}}{2}}{\frac{9\sqrt{6}}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

### Sposób II

Oznaczamy przez  $O$  spodek wysokości ostrosłupa  $ABCDW$ . Wtedy wysokość ostrosłupa jest równa  $|OW| = 9$ .

Odcinek  $AC$  jest przekątną kwadratu o boku 9, zatem jego długość jest równa  $9\sqrt{2}$ . Odcinek  $AO$  stanowi jego połowę, więc  $|AO| = \frac{9\sqrt{2}}{2}$ .

Oznaczamy kąt  $WAO$  przez  $\alpha$ .

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{|OW|}{|AO|} = \frac{9}{\frac{9\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{2}$$

Korzystając z tożsamości trygonometrycznej  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ , mamy

$$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \sqrt{2}$$

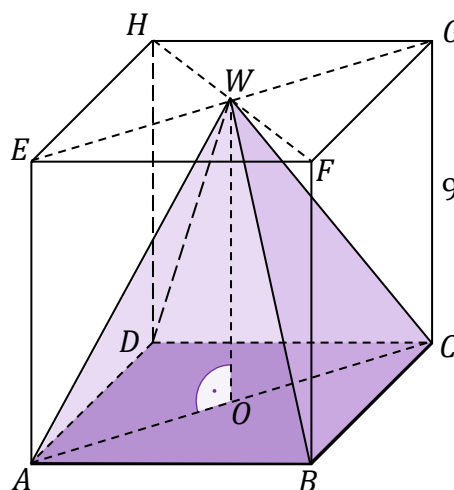
$$\sin \alpha = \sqrt{2} \cos \alpha$$

Stąd z tożsamości  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$  mamy

$$2 \cos^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$3 \cos^2 \alpha = 1$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{3}$$



Ponieważ kąt  $\alpha$  jest ostry, więc

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

### Zadanie 31. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: X.5) wykorzystuje zależność między objętościami graniastosłupów [...] podobnych.

#### Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

#### Rozwiązanie

D

### Zadanie 32. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie i tworzenie modeli matematycznych przy rozwiązywaniu problemów praktycznych i teoretycznych.	Zdający: XII.1) oblicza prawdopodobieństwo w modelu klasycznym.

#### Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

#### Rozwiązanie

C

### Zadanie 33. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.	Zdający: XII.2) oblicza średnią arytmetyczną [...]; XII.3) oblicza odchylenie standardowe zestawu danych (także w przypadku danych odpowiednio pogrupowanych), interpretuje ten parametr dla danych empirycznych.

**Zasady oceniania**

2 pkt – wyznaczenie końców przedziału wyznaczonego przez jedno odchylenie standardowe od średniej oraz zapisanie numerów donic, w których liczby wykiełkowanych nasion mieszczą się w tym przedziale: 126, 154, I, II, IV.

1 pkt – poprawna metoda obliczenia średniej liczby wykiełkowanych nasion i obliczenie tej średniej:  $\bar{x} = 140$ .

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

**Przykładowe pełne rozwiązanie**

Na podstawie wyników eksperymentu obliczamy średnią liczbę wykiełkowanych nasion:

$$\bar{x} = \frac{133 + 140 + 119 + 147 + 161}{5} = \frac{700}{5} = 140$$

Ponieważ odchylenie standardowe w tym doświadczeniu jest równe  $\sigma = 14$ , więc przedział określony przez to odchylenie standardowe od średniej będzie równy

$$(\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma) = (126, 154)$$

Numery donic, w których liczby wykiełkowanych nasion mieszczą się w tym przedziale, to: I, II oraz IV.