

UZUPEŁNIA ZDAJĄCY

| KOD                  |                      |                      | PESEL                |                      |                      |                      |                      |                      |                      |                      |                      |                      |                      |                      |
|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> |

miejsce  
na naklejkę

dysleksja

## EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI POZIOM ROZSZERZONY

DATA: **8 maja 2015 r.**

GODZINA ROZPOCZĘCIA: **9:00**

CZAS PRACY: **180 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

### Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 22 strony (zadania 1–16). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–5) przenieś na kartę odpowiedzi, zaznaczając je w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj  pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem  i zaznacz właściwe.
4. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (7–16) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
5. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
9. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
10. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.

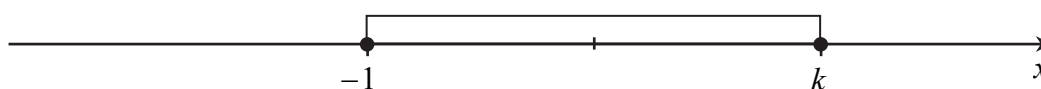


MMA-R1\_1P-152

W zadaniach od 1. do 5. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

### Zadanie 1. (0–1)

Na rysunku przedstawiony jest zbiór wszystkich liczb rzeczywistych spełniających nierówność  $|2x - 8| \leq 10$ .



Stąd wynika, że

- A.  $k = 2$                       B.  $k = 4$                       C.  $k = 5$                       D.  $k = 9$

### Zadanie 2. (0–1)

Dana jest funkcja  $f$  określona wzorem  $f(x) = \begin{cases} x - 2 & \text{dla } x \leq 0 \\ ||x + 3| - 4| & \text{dla } x > 0 \end{cases}$

Równanie  $f(x) = 1$  ma dokładnie

- A. jedno rozwiązanie.  
B. dwa rozwiązania.  
C. cztery rozwiązania.  
D. pięć rozwiązań.

### Zadanie 3. (0–1)

Liczba  $(3 - 2\sqrt{3})^3$  jest równa

- A.  $27 - 24\sqrt{3}$                       B.  $27 - 30\sqrt{3}$                       C.  $135 - 78\sqrt{3}$                       D.  $135 - 30\sqrt{3}$

### Zadanie 4. (0–1)

Równanie  $2 \sin x + 3 \cos x = 6$  w przedziale  $(0, 2\pi)$

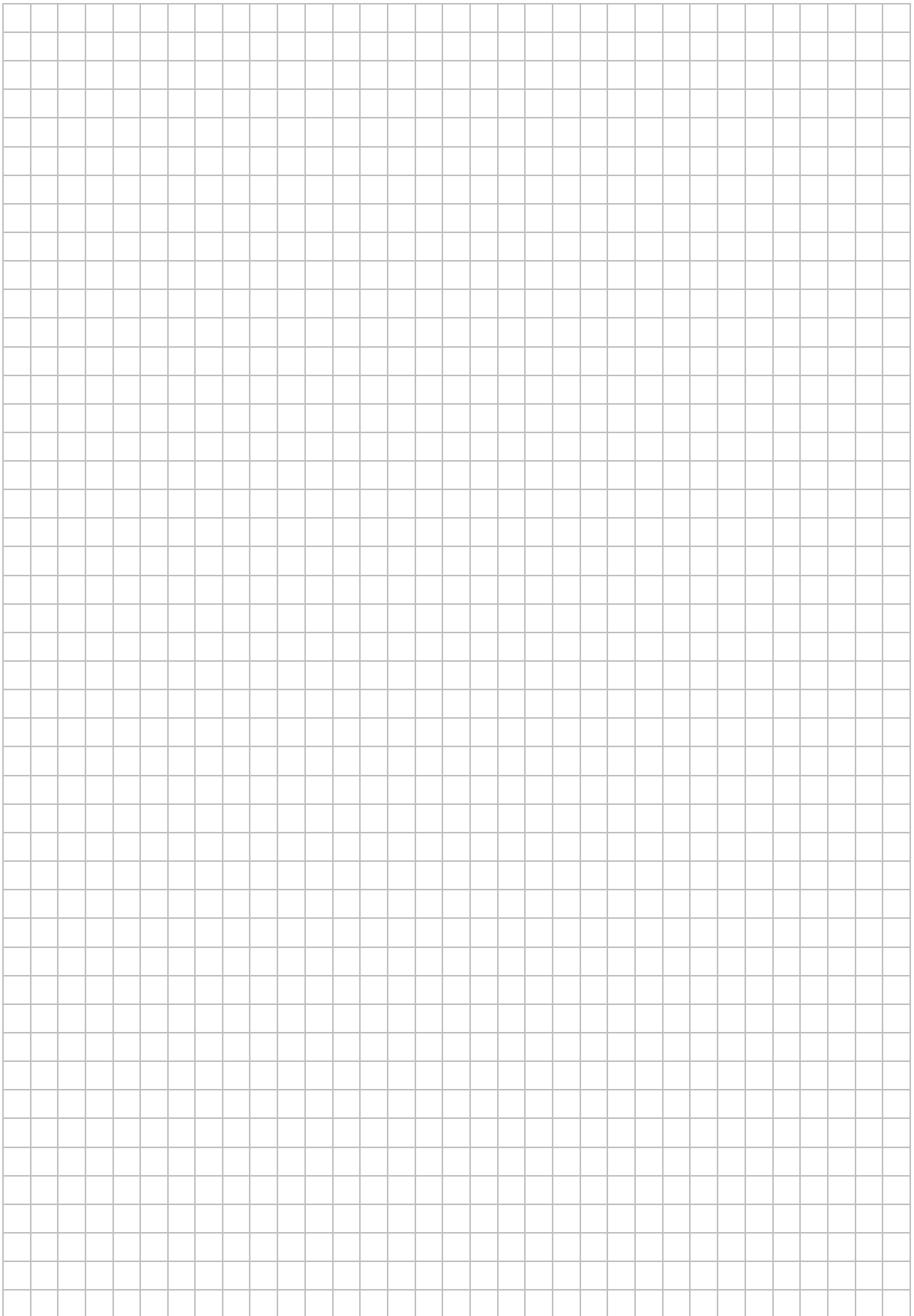
- A. nie ma rozwiązań rzeczywistych.  
B. ma dokładnie jedno rozwiązanie rzeczywiste.  
C. ma dokładnie dwa rozwiązania rzeczywiste.  
D. ma więcej niż dwa rozwiązania rzeczywiste.

### Zadanie 5. (0–1)

Odległość początku układu współrzędnych od prostej o równaniu  $y = 2x + 4$  jest równa

- A.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$                       B.  $\frac{4\sqrt{5}}{5}$                       C.  $\frac{4}{5}$                       D. 4

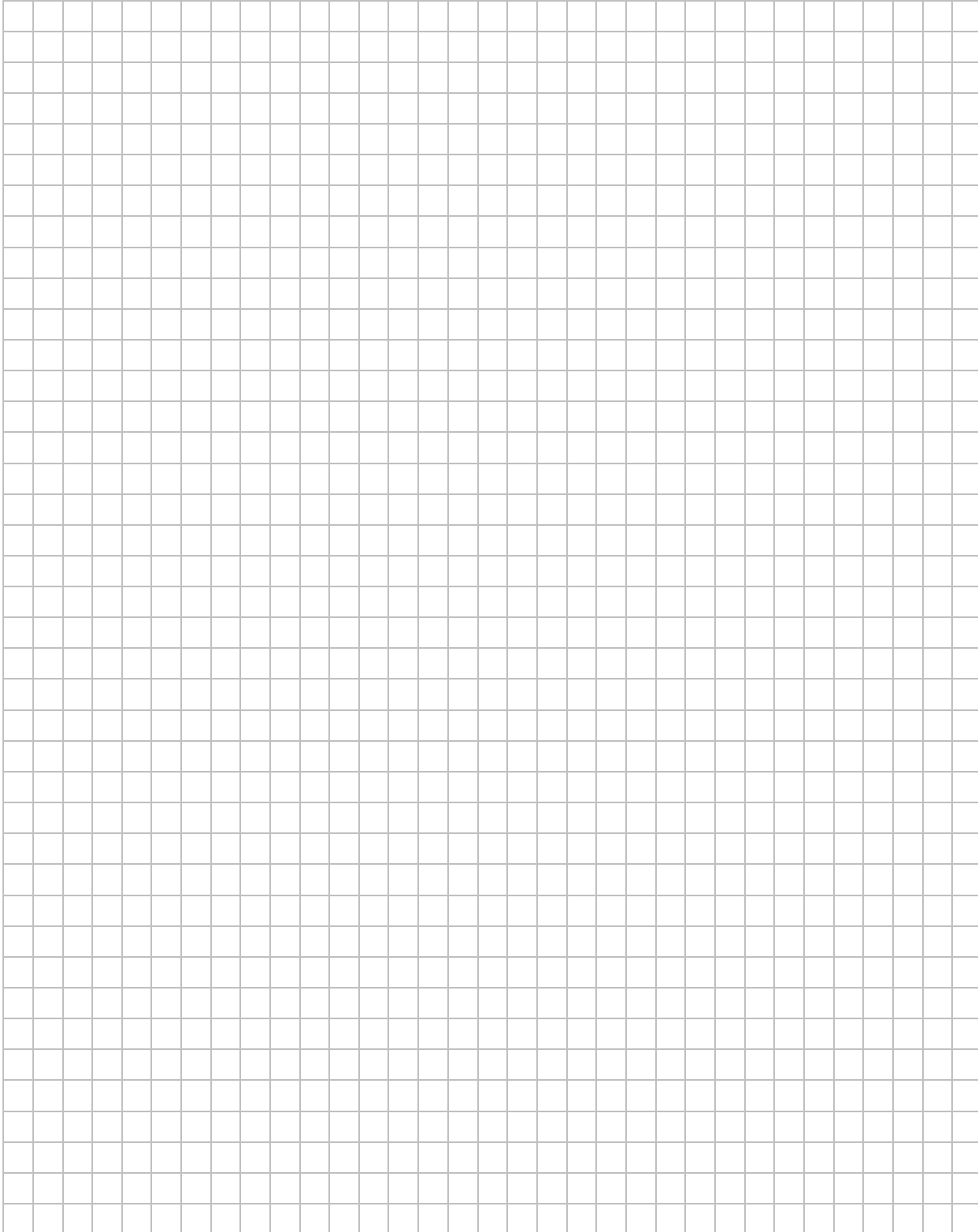
**BRUDNOPIS** (*nie podlega ocenie*)



**Zadanie 6. (0–2)**

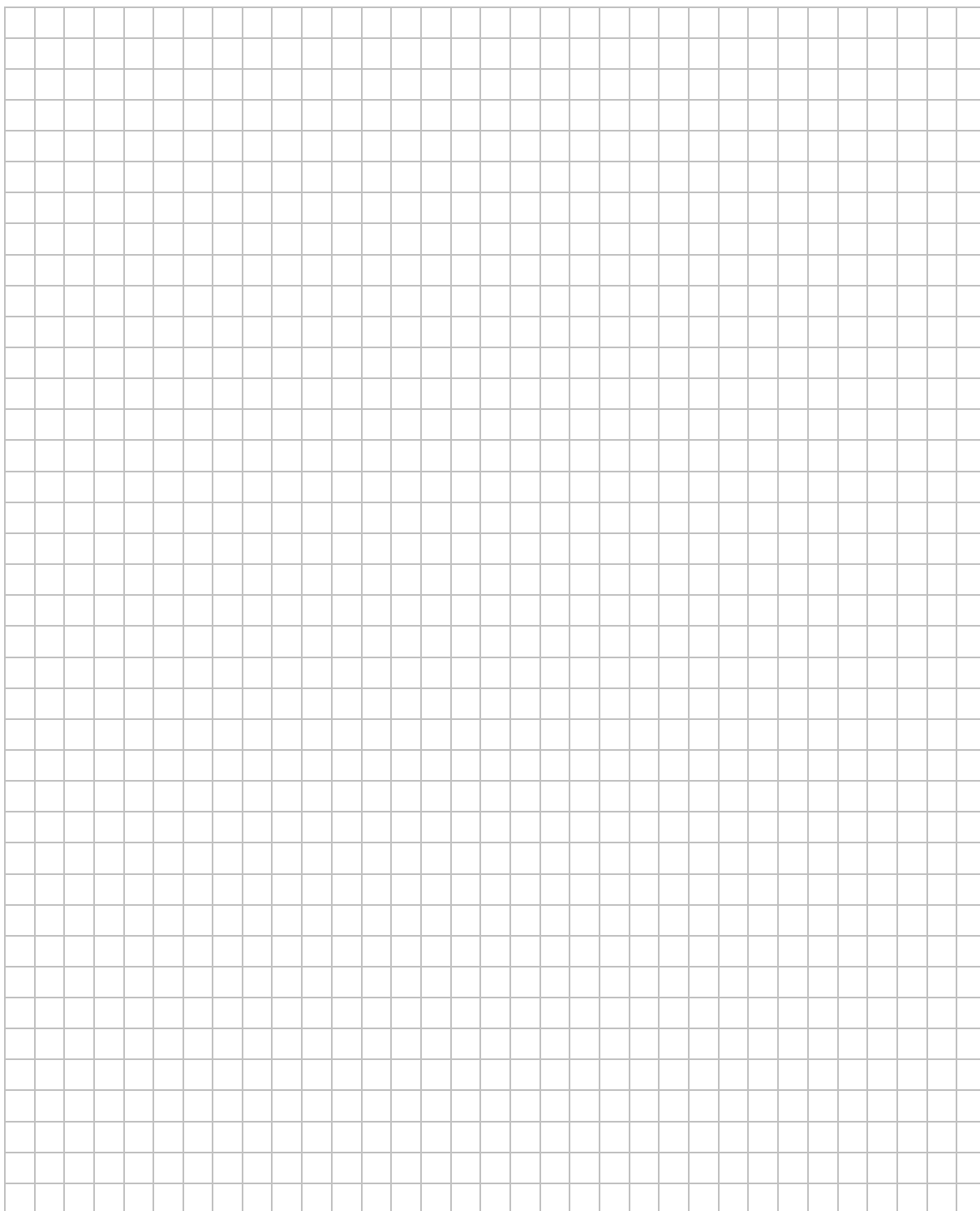
Oblicz granicę  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{11n^3 + 6n + 5}{6n^3 + 1} - \frac{2n^2 + 2n + 1}{5n^2 - 4} \right)$ . W poniższe kratki wpisz kolejno cyfrę jedności i pierwsze dwie cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

|  |  |  |
|--|--|--|
|  |  |  |
|--|--|--|



**Zadanie 7. (0–2)**

Liczby  $(-1)$  i  $3$  są miejscami zerowymi funkcji kwadratowej  $f$ . Oblicz  $\frac{f(6)}{f(12)}$ .



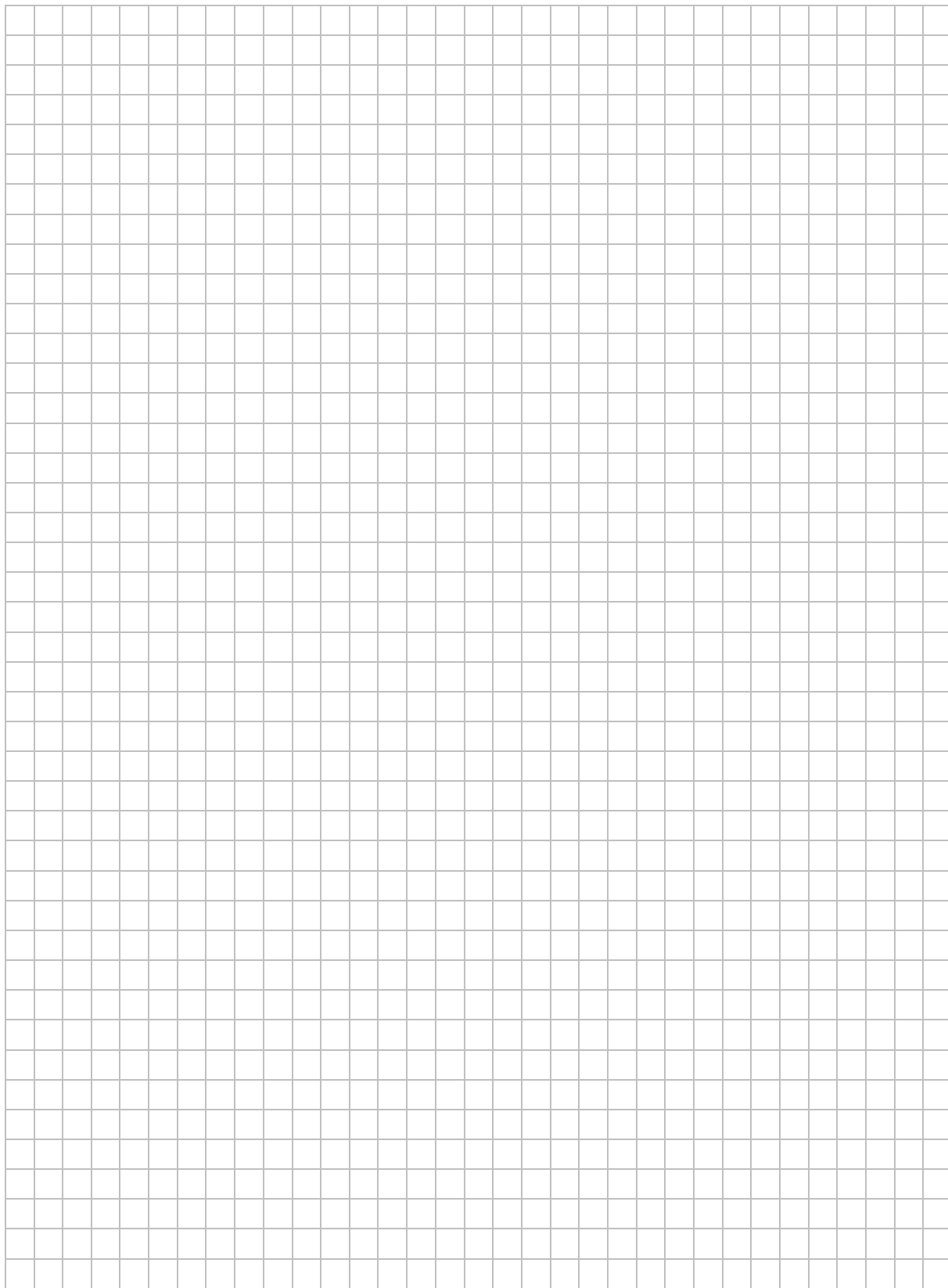
Odpowiedź: .....

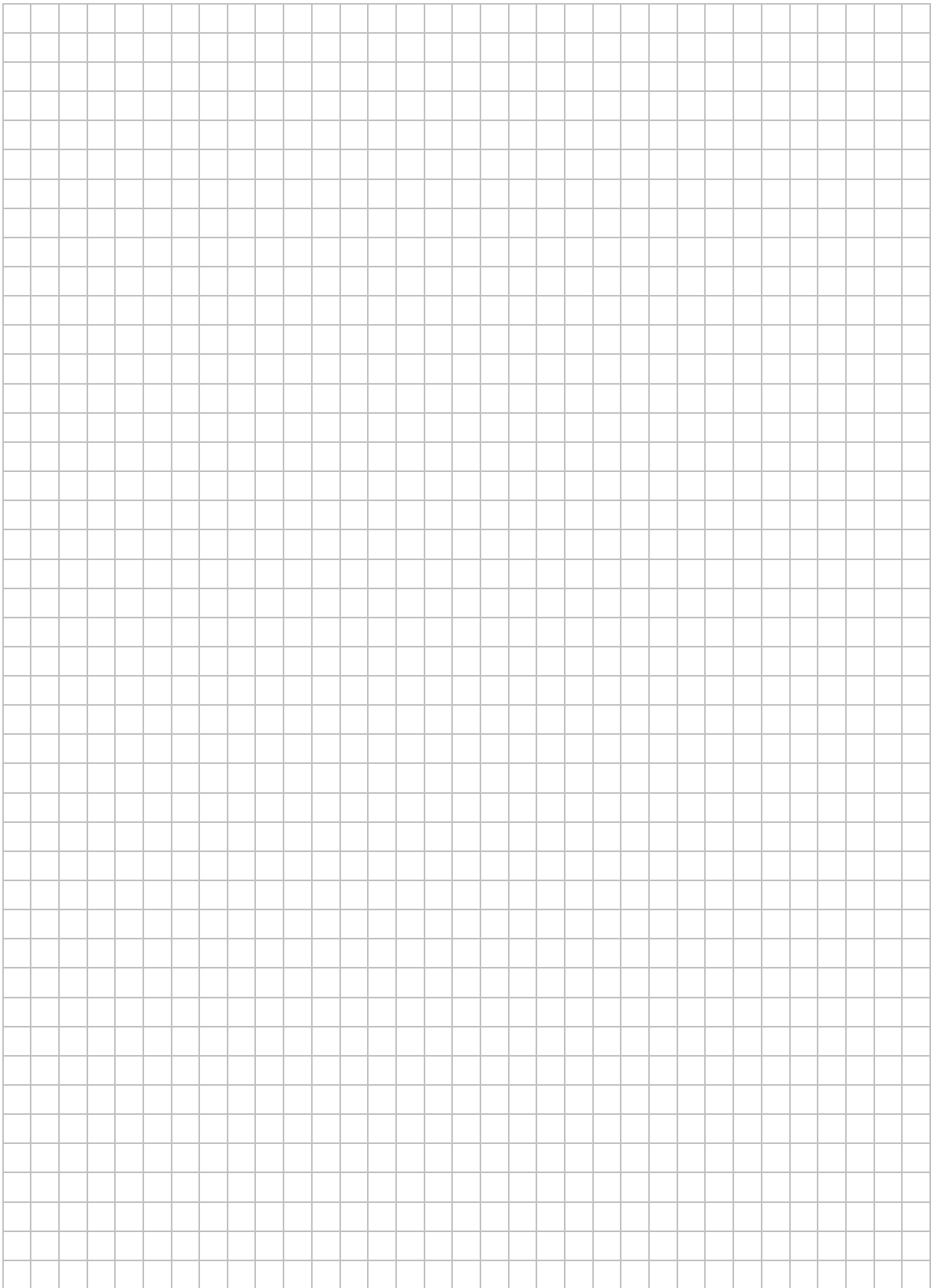
|                                 |                            |           |           |
|---------------------------------|----------------------------|-----------|-----------|
| <b>Wypełnia<br/>egzaminator</b> | <b>Nr zadania</b>          | <b>6.</b> | <b>7.</b> |
|                                 | <b>Maks. liczba pkt</b>    | <b>2</b>  | <b>2</b>  |
|                                 | <b>Uzyskana liczba pkt</b> |           |           |

**Zadanie 8. (0–3)**

Udowodnij, że dla każdej liczby rzeczywistej  $x$  prawdziwa jest nierówność

$$x^4 - x^2 - 2x + 3 > 0.$$

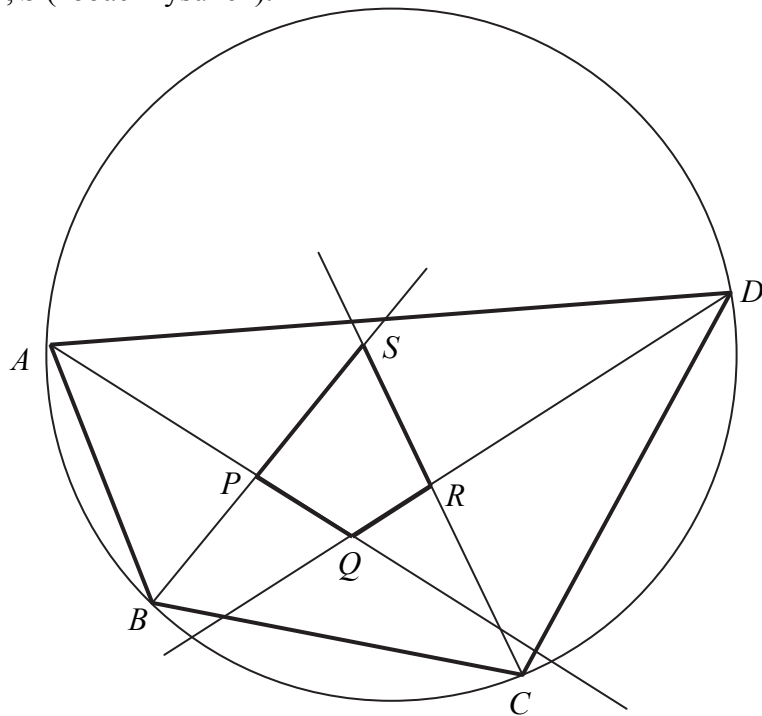




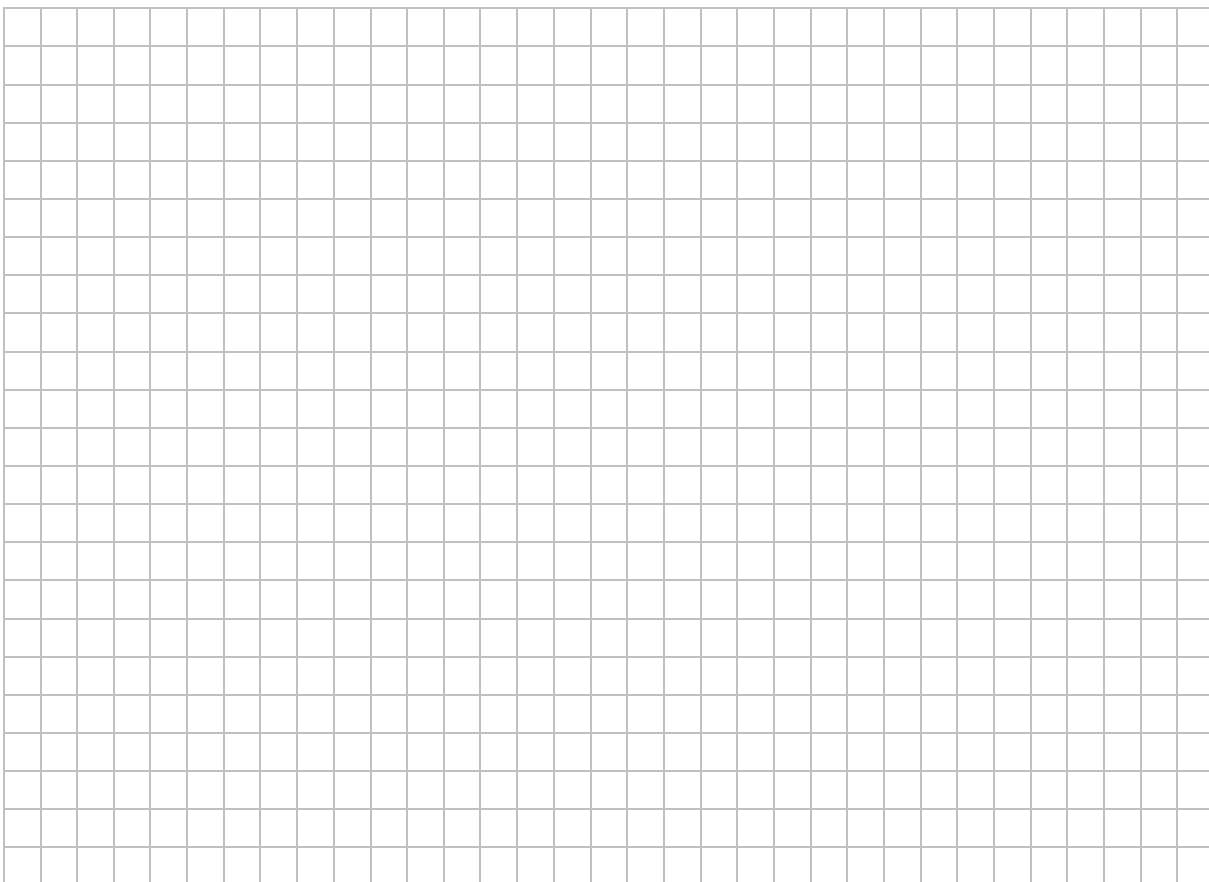
|                                 |                            |           |
|---------------------------------|----------------------------|-----------|
| <b>Wypełnia<br/>egzaminator</b> | <b>Nr zadania</b>          | <b>8.</b> |
|                                 | <b>Maks. liczba pkt</b>    | <b>3</b>  |
|                                 | <b>Uzyskana liczba pkt</b> |           |

**Zadanie 9. (0–3)**

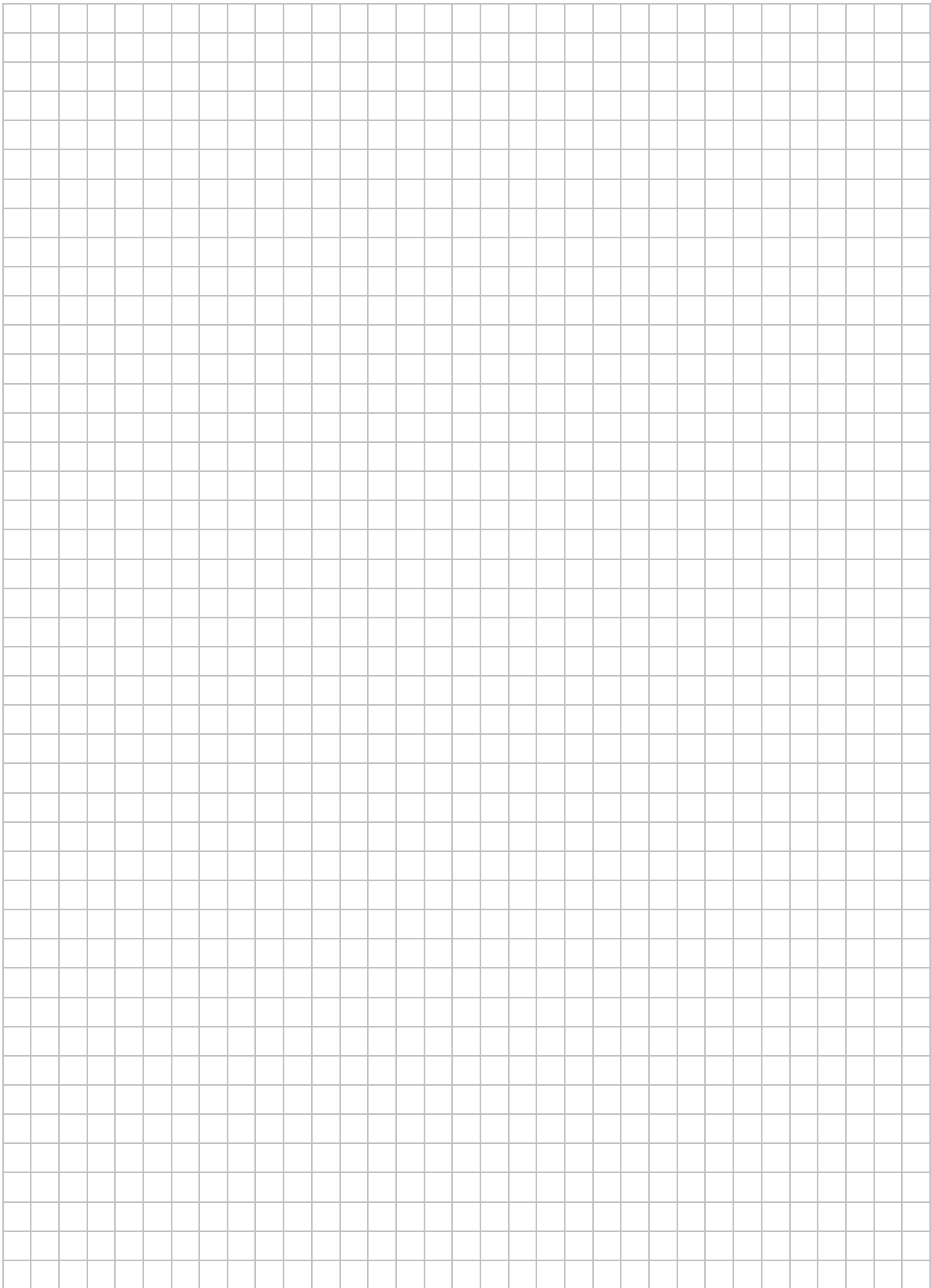
Dwusieczne czworokąta  $ABCD$  wpisanego w okrąg przecinają się w czterech różnych punktach:  $P, Q, R, S$  (zobacz rysunek).



Wykaż, że na czworokącie  $PQRS$  można opisać okrąg.



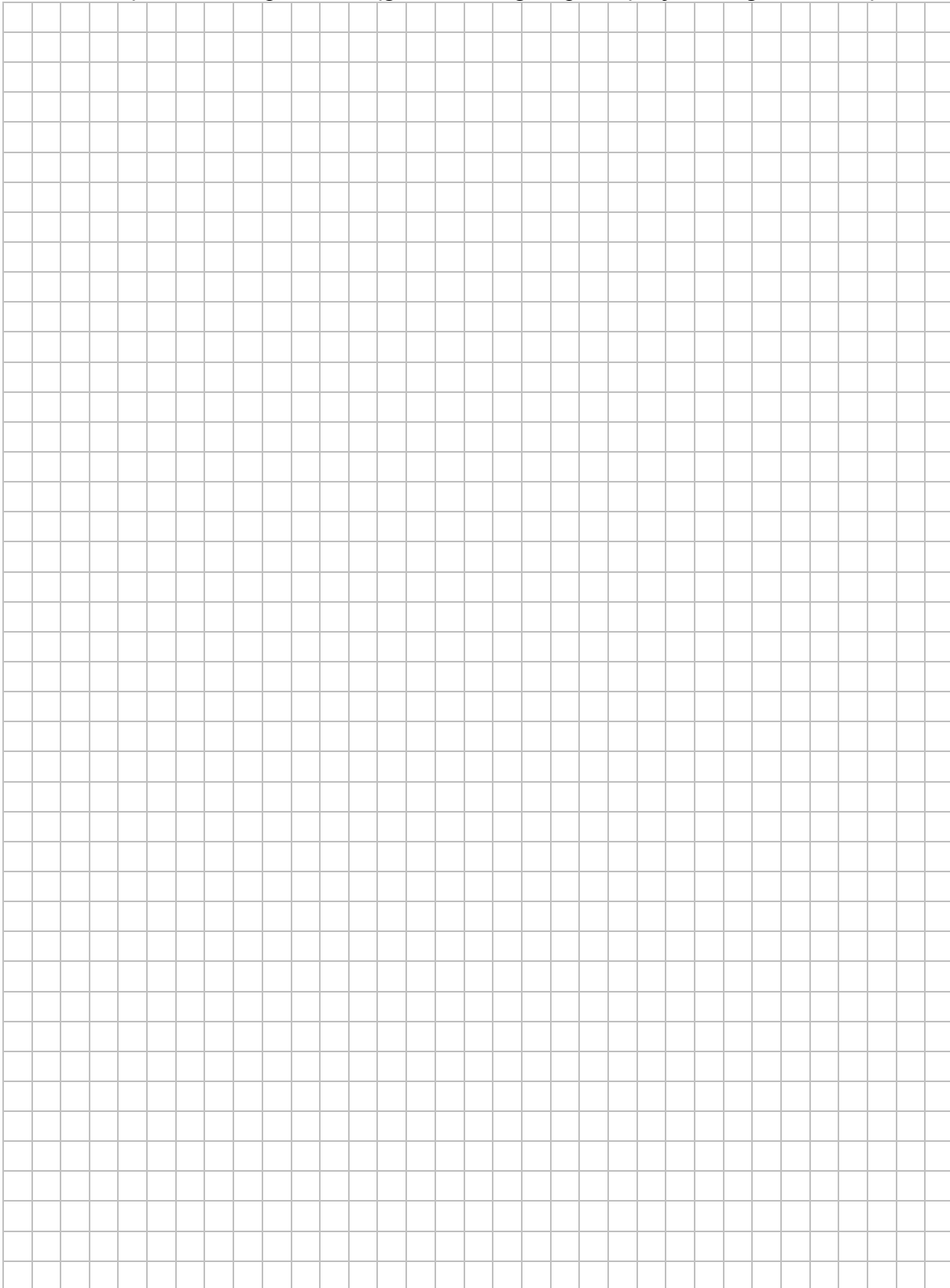




|                                 |                            |           |
|---------------------------------|----------------------------|-----------|
| <b>Wypełnia<br/>egzaminator</b> | <b>Nr zadania</b>          | <b>9.</b> |
|                                 | <b>Maks. liczba pkt</b>    | <b>3</b>  |
|                                 | <b>Uzyskana liczba pkt</b> |           |

**Zadanie 10. (0–4)**

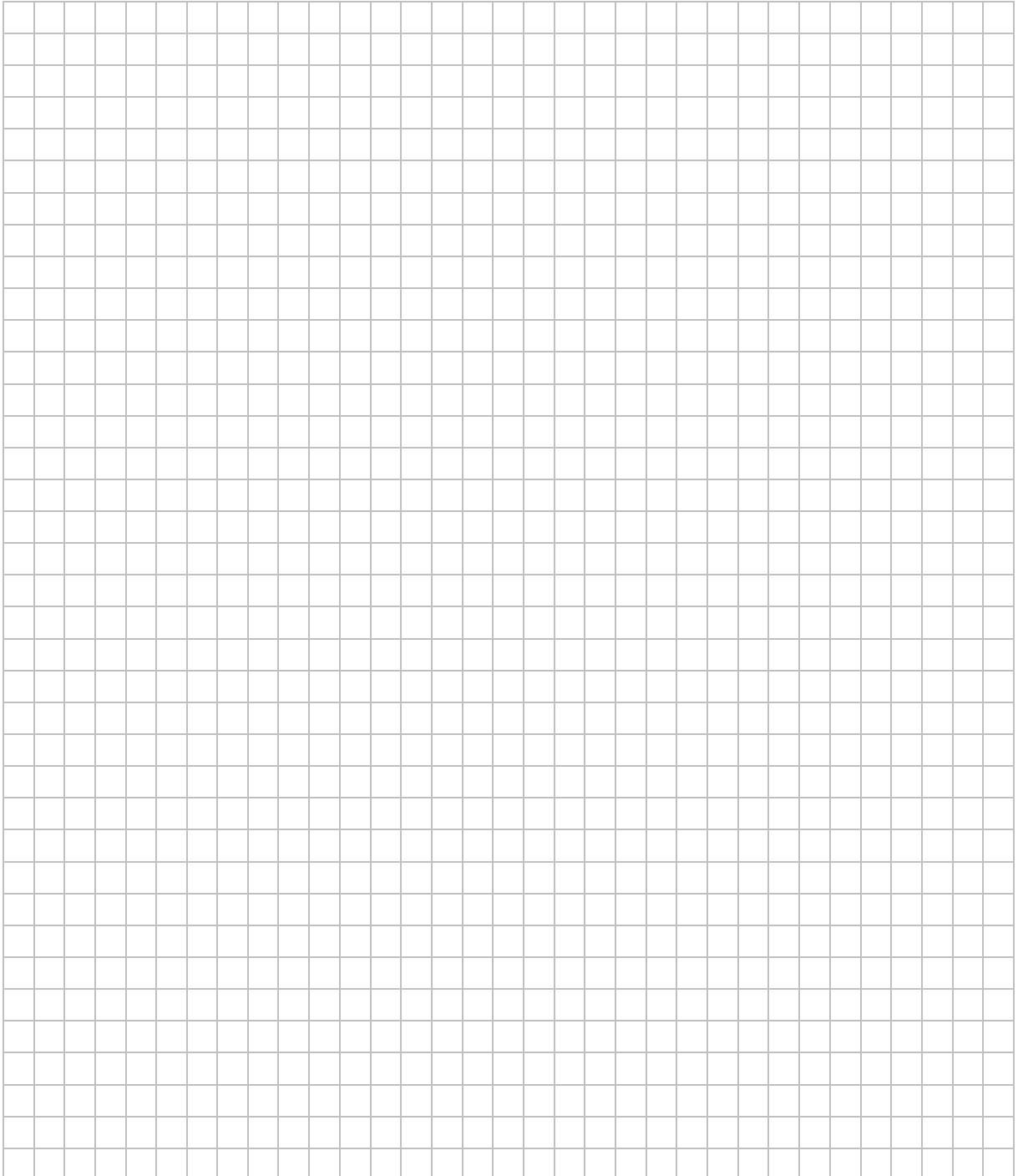
Długości boków czworokąta  $ABCD$  są równe:  $|AB|=2$ ,  $|BC|=3$ ,  $|CD|=4$ ,  $|DA|=5$ .  
Na czworokącie  $ABCD$  opisano okrąg. Oblicz długość przekątnej  $AC$  tego czworokąta.



Odpowiedź: .....

**Zadanie 11. (0–4)**

W pierwszej urnie umieszczono 3 kule białe i 5 kul czarnych, a w drugiej urnie 7 kul białych i 2 kule czarne. Losujemy jedną kulę z pierwszej urny, przekładamy ją do urny drugiej i dodatkowo dokładamy do urny drugiej jeszcze dwie kule tego samego koloru, co wylosowana kula. Następnie losujemy dwie kule z urny drugiej. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że obie kule wylosowane z drugiej urny będą białe.

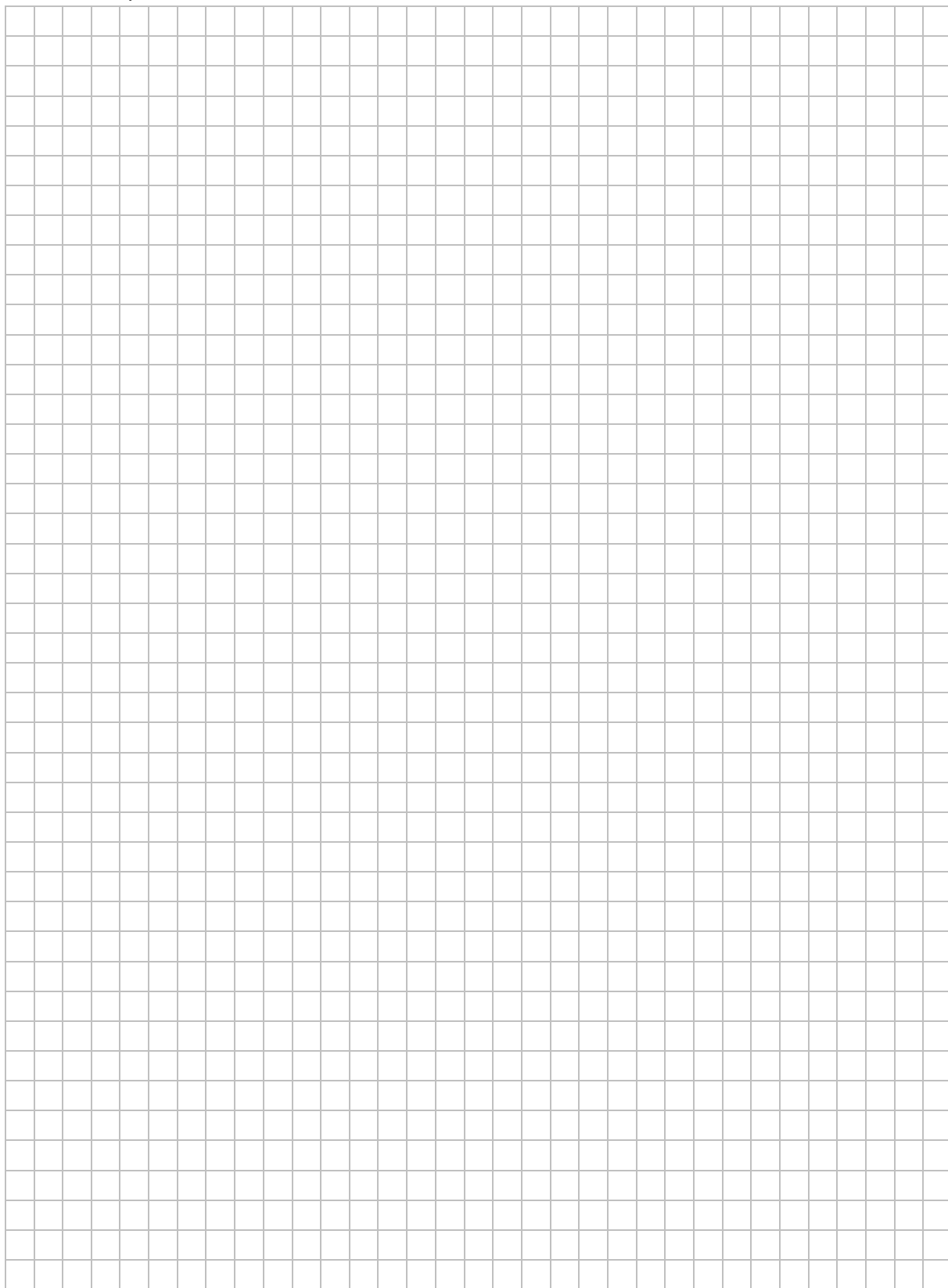


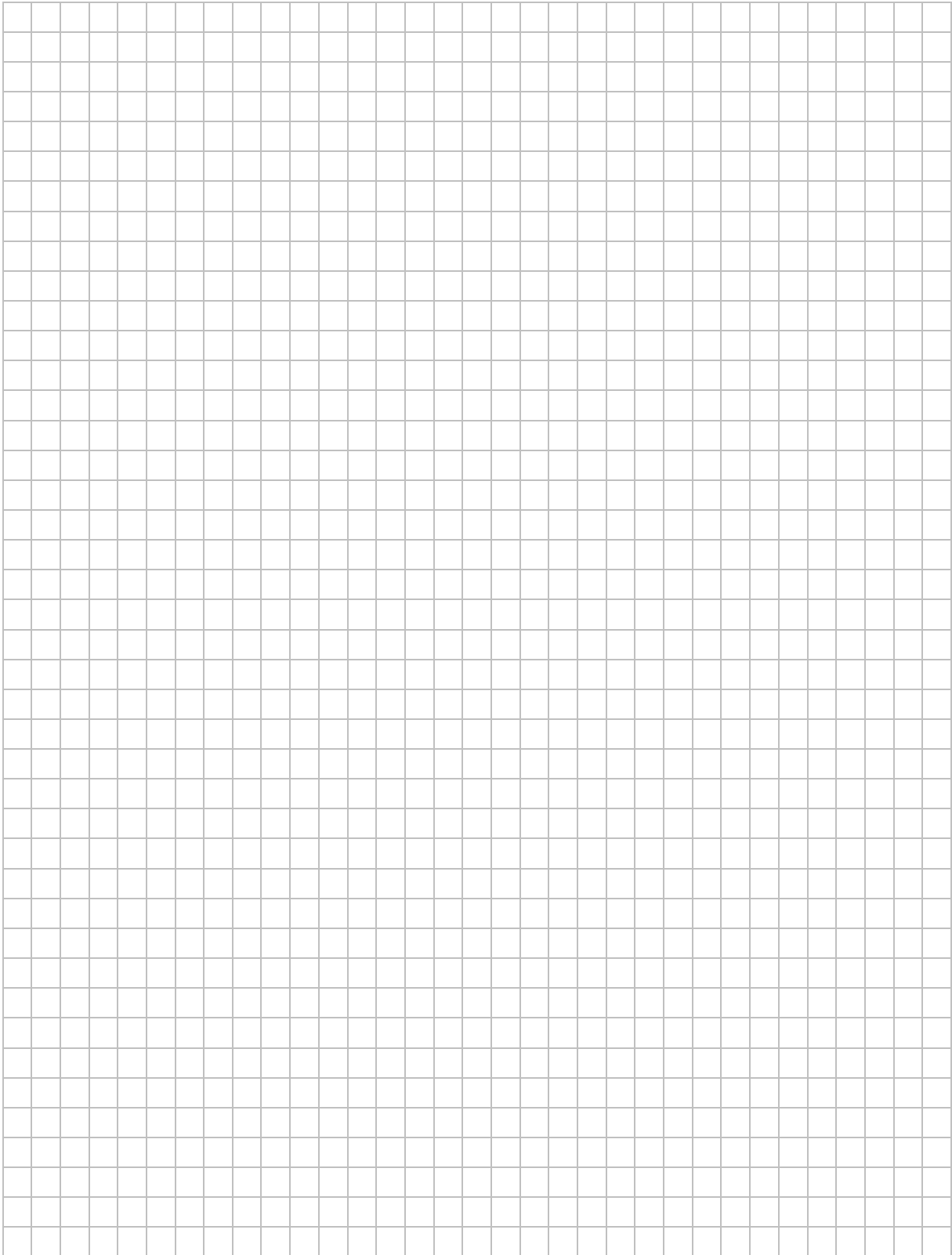
Odpowiedź: .....

|                                 |                            |            |            |
|---------------------------------|----------------------------|------------|------------|
| <b>Wypełnia<br/>egzaminator</b> | <b>Nr zadania</b>          | <b>10.</b> | <b>11.</b> |
|                                 | <b>Maks. liczba pkt</b>    | <b>4</b>   | <b>4</b>   |
|                                 | <b>Uzyskana liczba pkt</b> |            |            |

**Zadanie 12. (0–4)**

Funkcja  $f$  określona jest wzorem  $f(x) = x^3 - 2x^2 + 1$  dla każdej liczby rzeczywistej  $x$ . Wyznacz równania tych stycznych do wykresu funkcji  $f$ , które są równoległe do prostej o równaniu  $y = 4x$ .



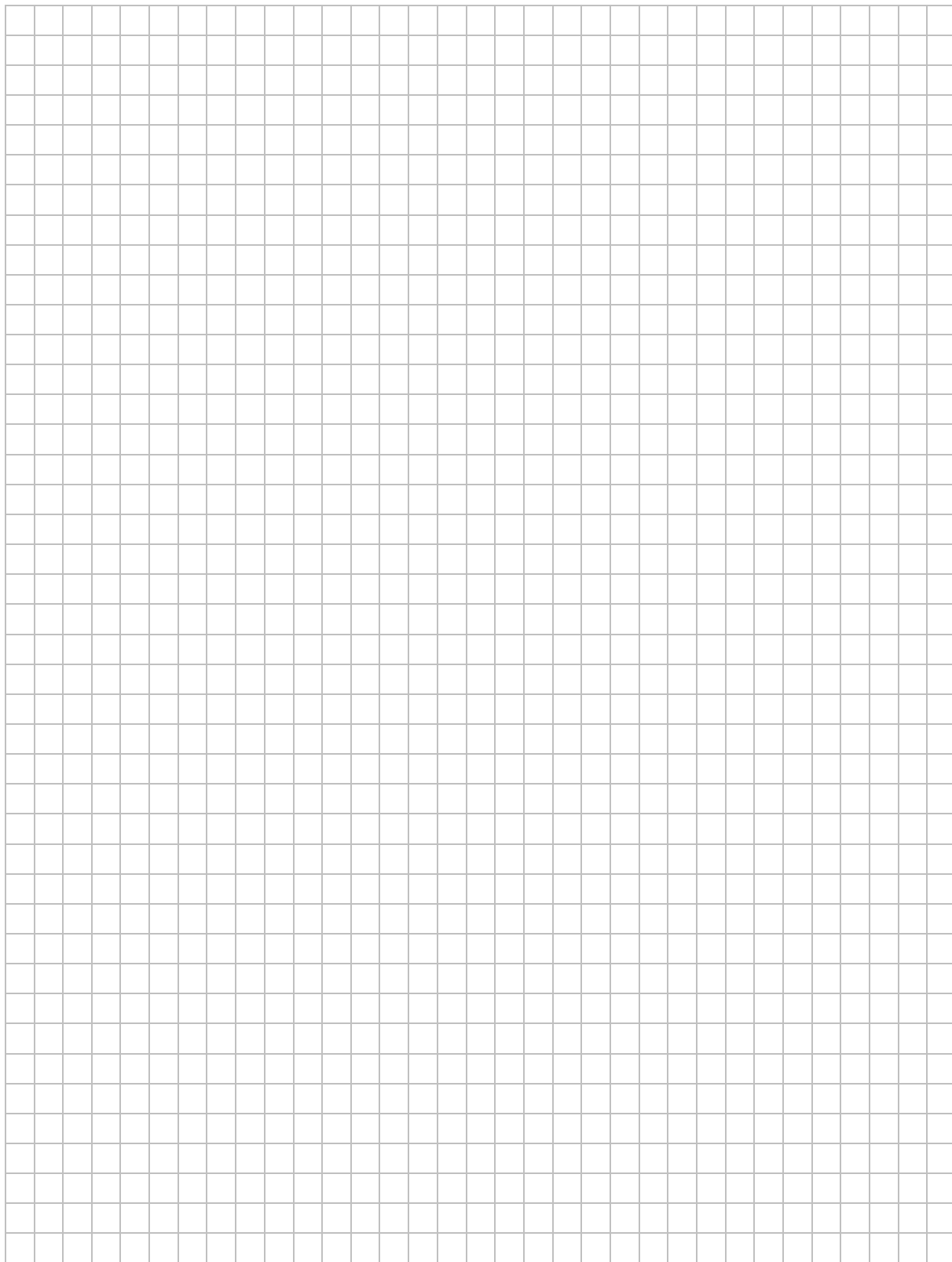


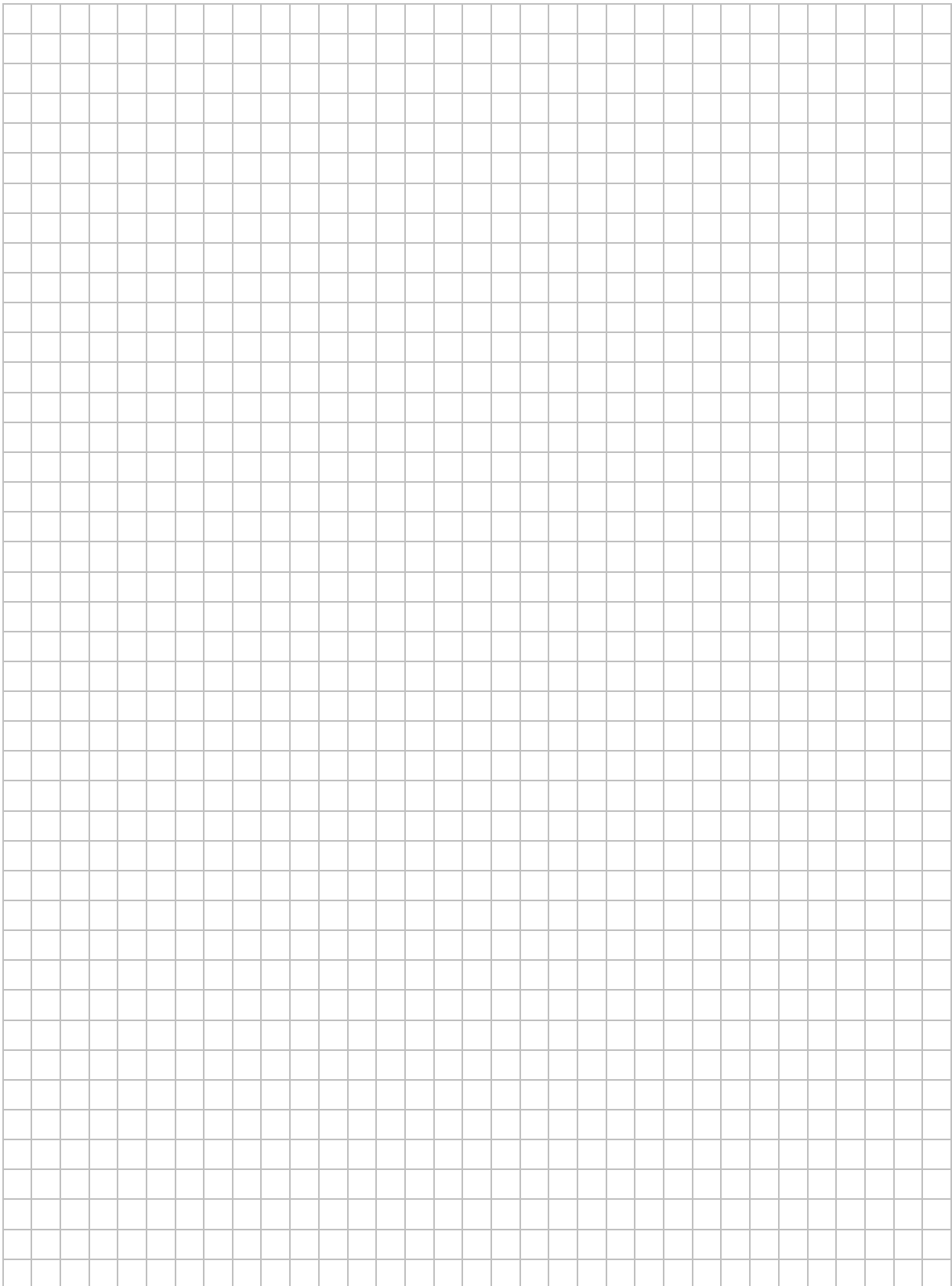
Odpowiedź: .....

|                                 |                            |            |
|---------------------------------|----------------------------|------------|
| <b>Wypełnia<br/>egzaminator</b> | <b>Nr zadania</b>          | <b>12.</b> |
|                                 | <b>Maks. liczba pkt</b>    | <b>4</b>   |
|                                 | <b>Uzyskana liczba pkt</b> |            |

**Zadanie 13. (0–5)**

Dany jest trójmian kwadratowy  $f(x) = (m+1)x^2 + 2(m-2)x - m + 4$ . Wyznacz wszystkie wartości parametru  $m$ , dla których trójmian  $f$  ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste  $x_1, x_2$ , spełniające warunek  $x_1^2 - x_2^2 = x_1^4 - x_2^4$ .



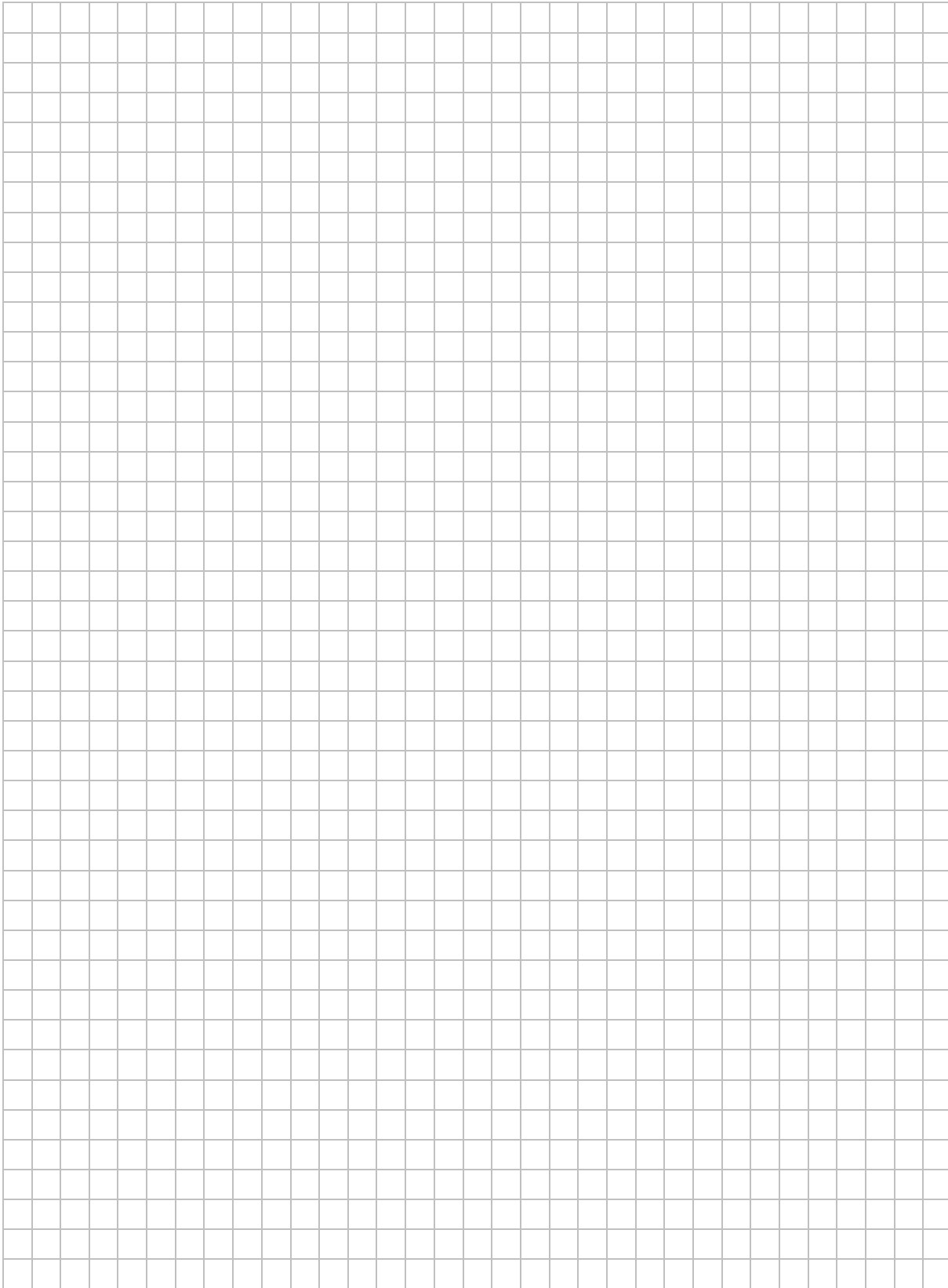


Odpowiedź: .....

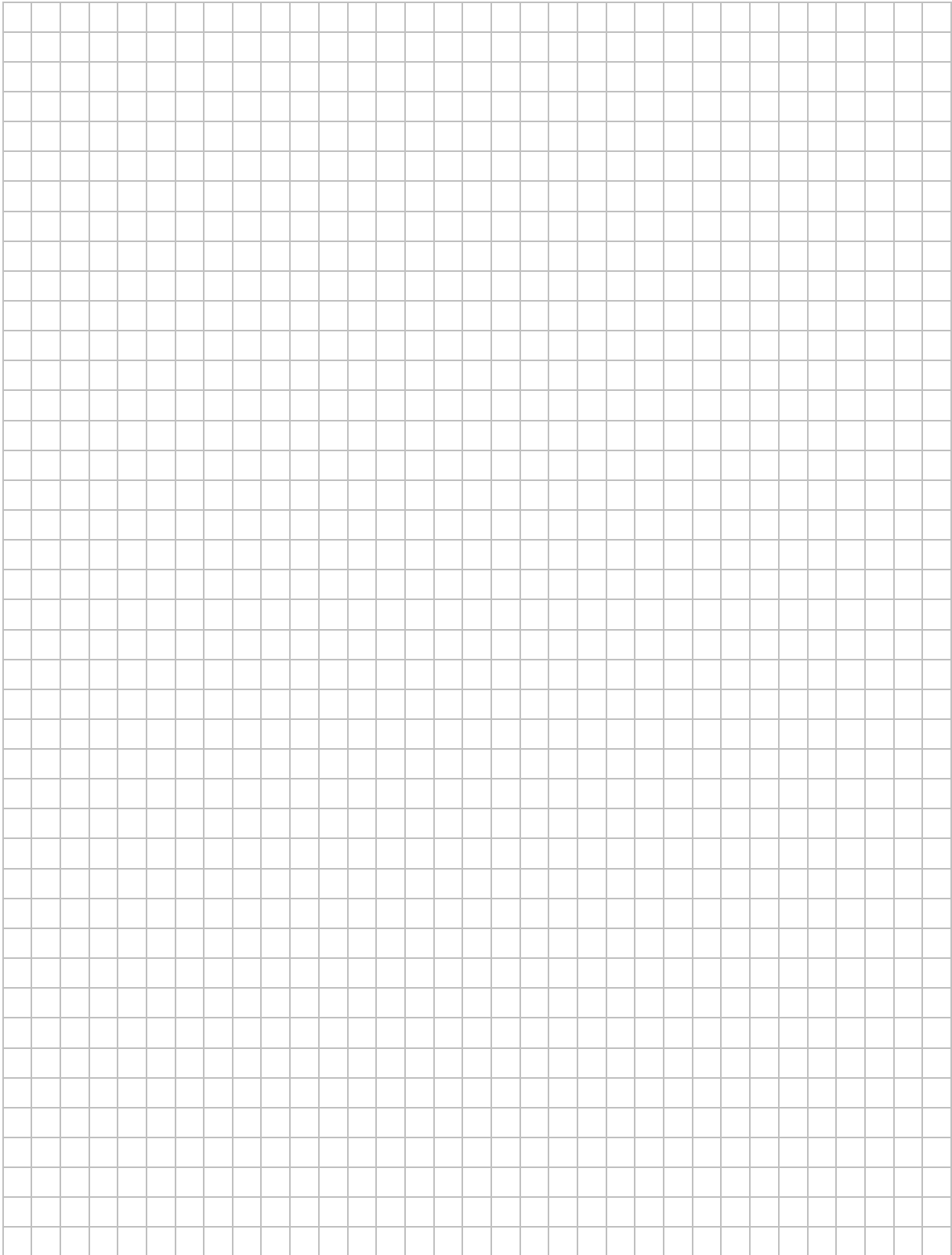
|                                 |                            |            |
|---------------------------------|----------------------------|------------|
| <b>Wypełnia<br/>egzaminator</b> | <b>Nr zadania</b>          | <b>13.</b> |
|                                 | <b>Maks. liczba pkt</b>    | <b>5</b>   |
|                                 | <b>Uzyskana liczba pkt</b> |            |

**Zadanie 14. (0–5)**

Podstawą ostrosłupa  $ABCDS$  jest kwadrat  $ABCD$ . Krawędź boczna  $SD$  jest wysokością ostrosłupa, a jej długość jest dwa razy większa od długości krawędzi podstawy. Oblicz sinus kąta między ścianami bocznymi  $ABS$  i  $CBS$  tego ostrosłupa.





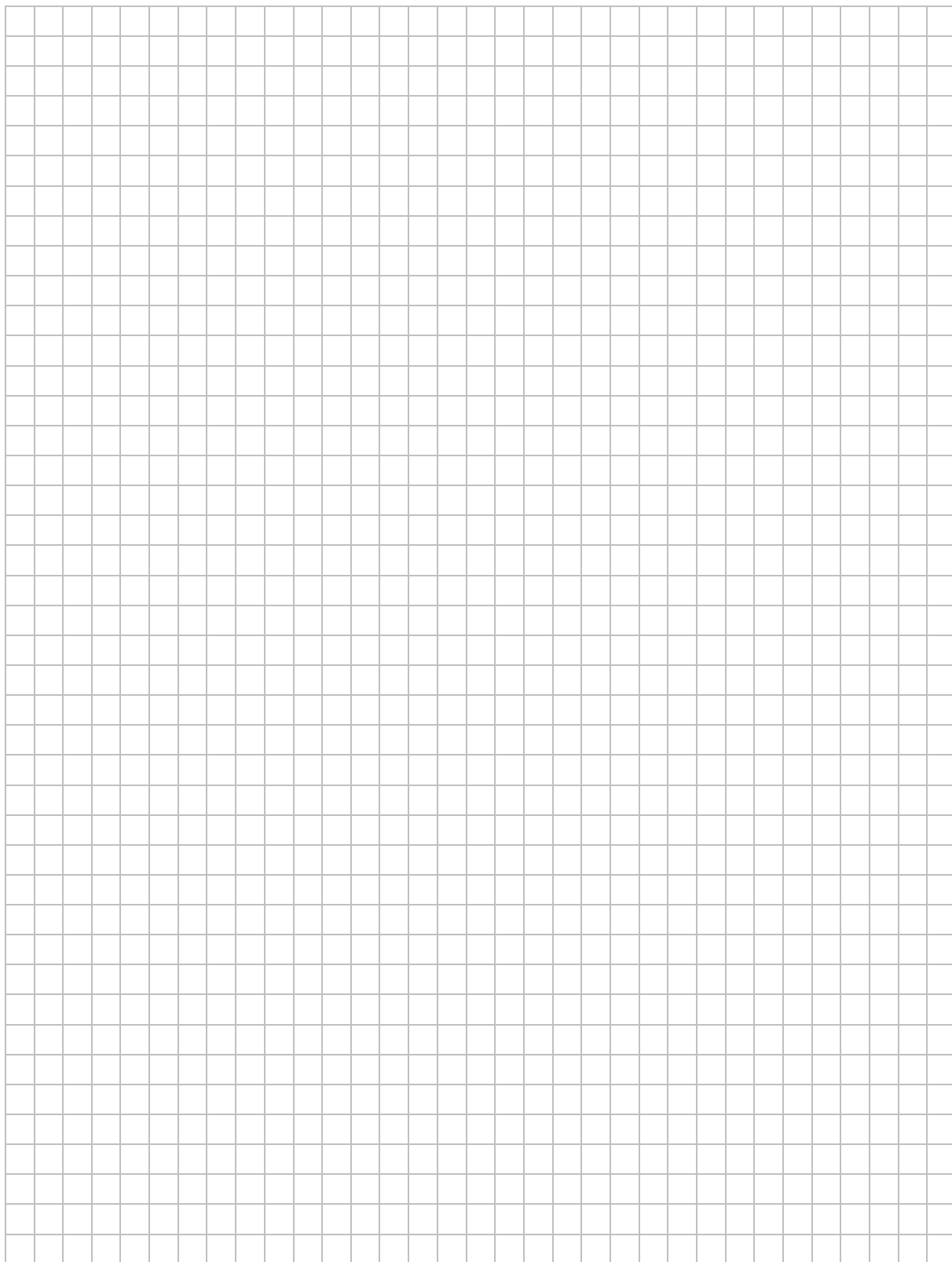


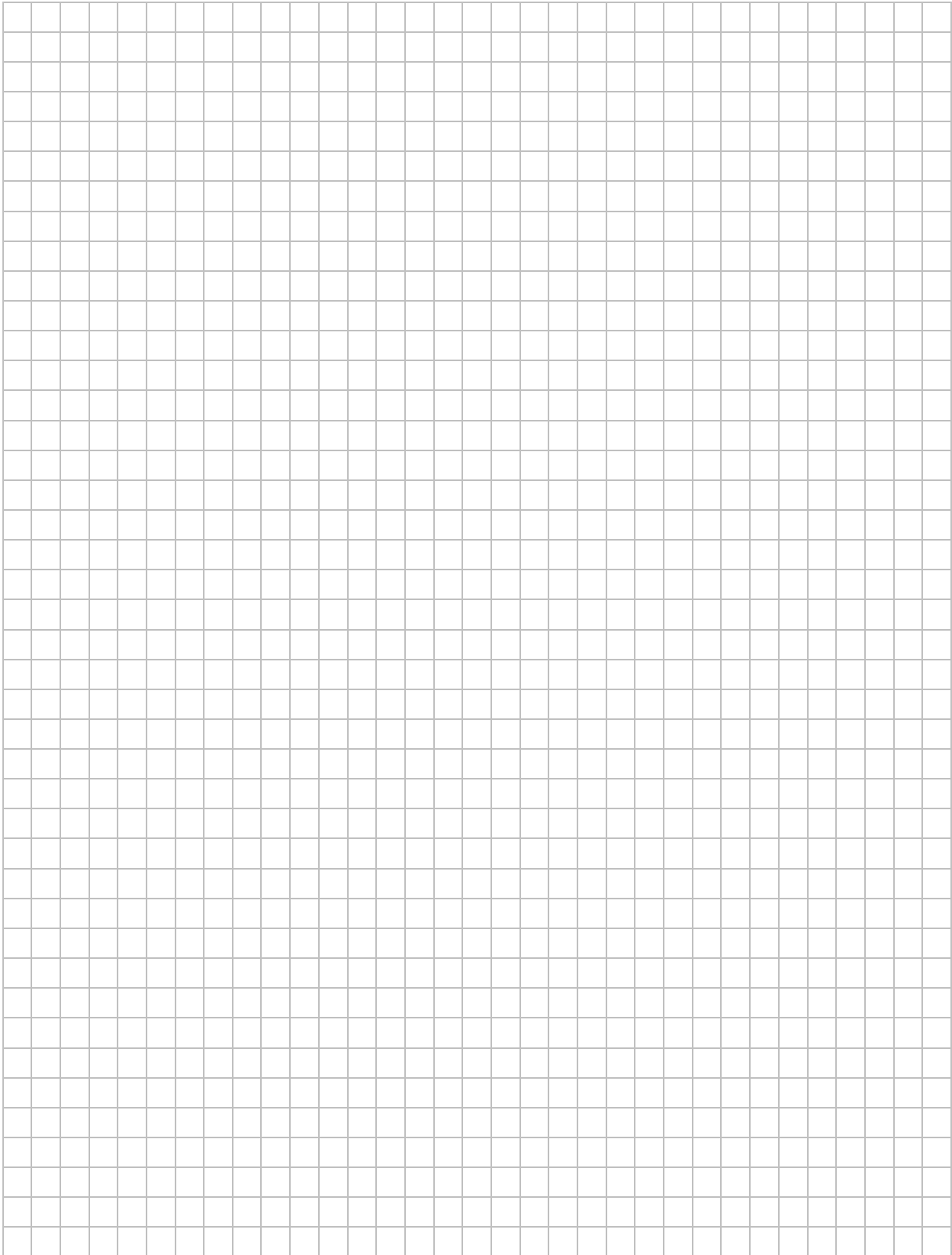
Odpowiedź: .....

|                                 |                            |            |
|---------------------------------|----------------------------|------------|
| <b>Wypełnia<br/>egzaminator</b> | <b>Nr zadania</b>          | <b>14.</b> |
|                                 | <b>Maks. liczba pkt</b>    | <b>5</b>   |
|                                 | <b>Uzyskana liczba pkt</b> |            |

**Zadanie 15. (0–6)**

Suma wszystkich czterech współczynników wielomianu  $W(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$  jest równa 0. Trzy pierwiastki tego wielomianu tworzą ciąg arytmetyczny o różnicy równej 3. Oblicz współczynniki  $a$ ,  $b$  i  $c$ . Rozważ wszystkie możliwe przypadki.



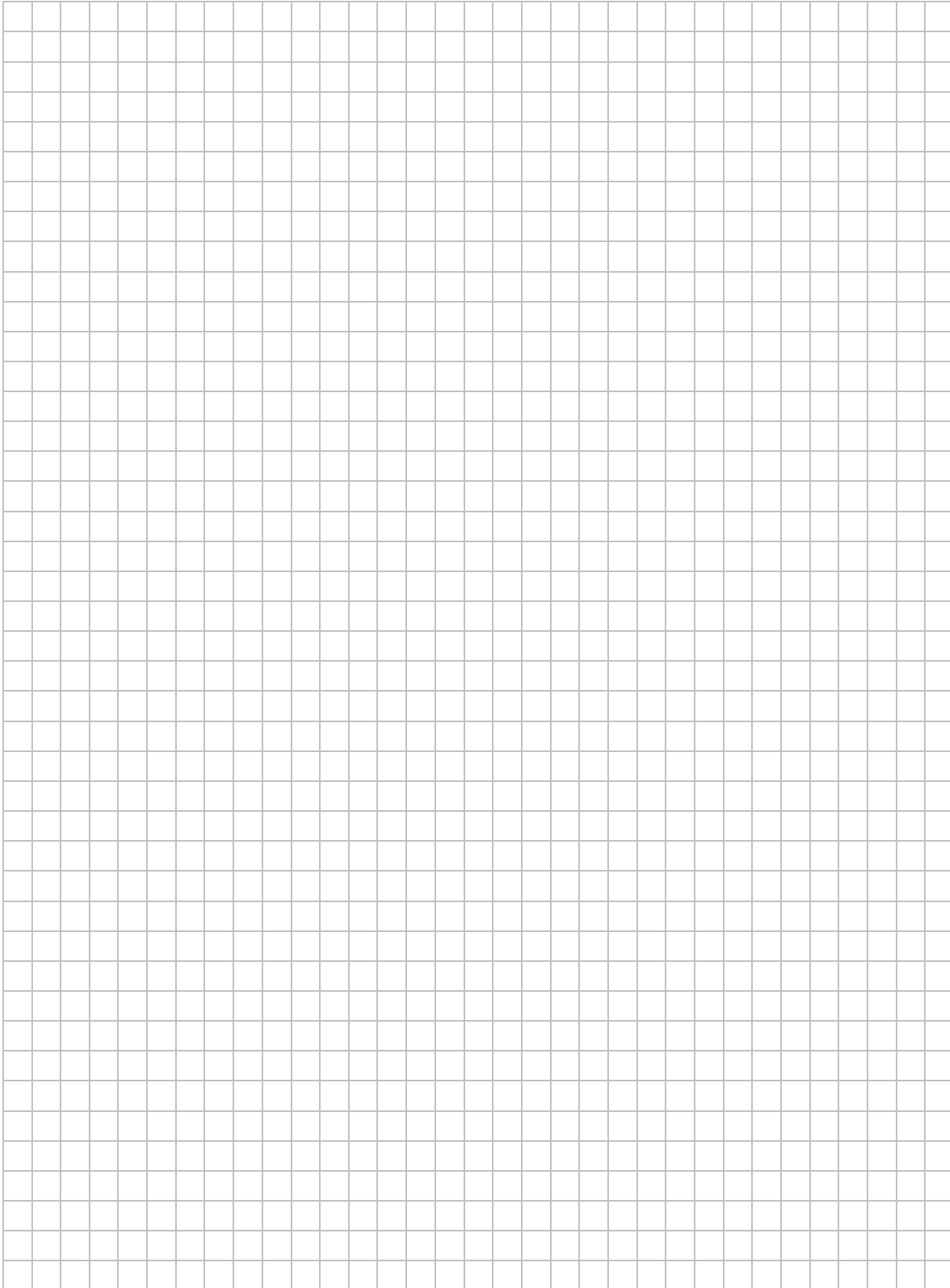


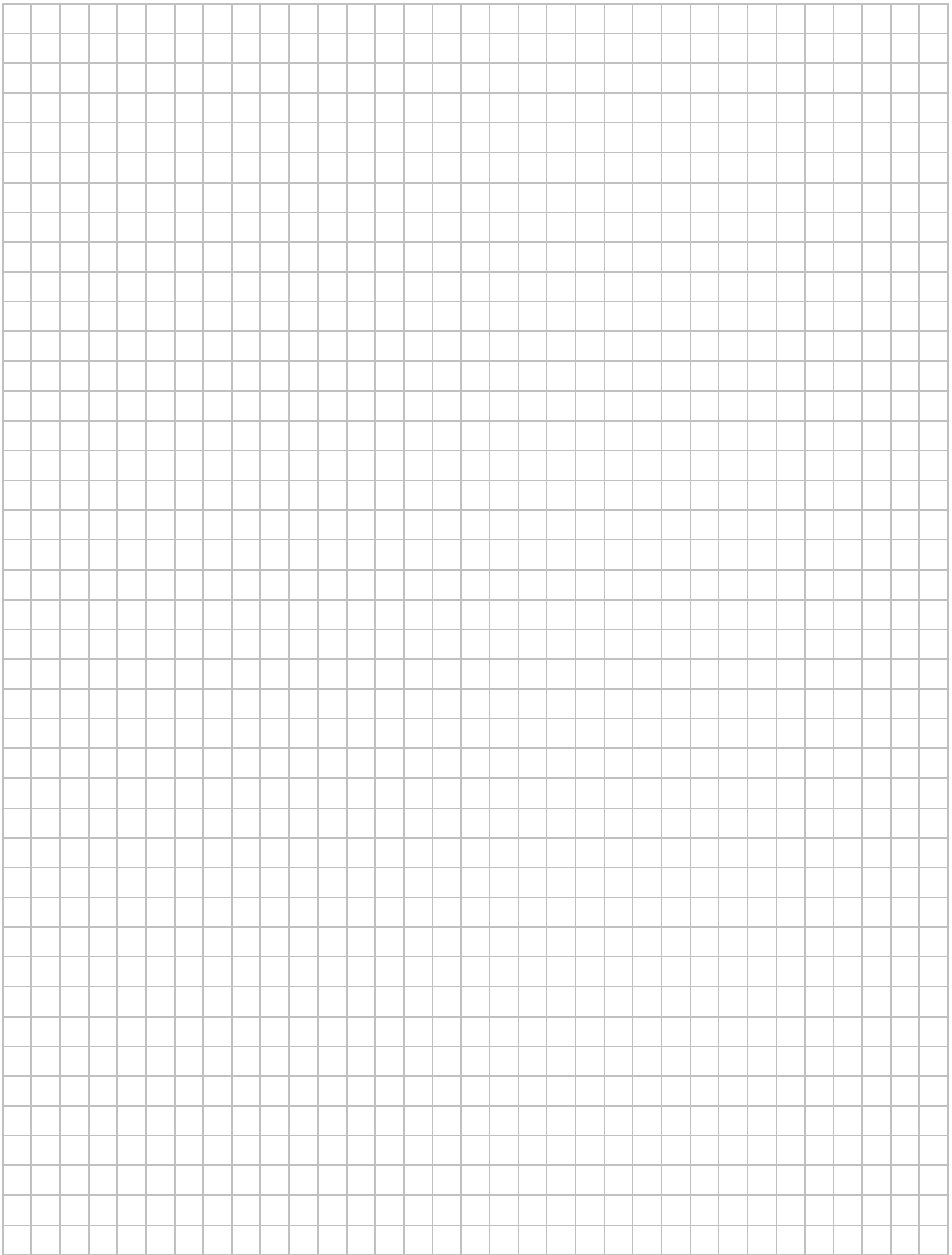
Odpowiedź: .....

|                                 |                            |            |
|---------------------------------|----------------------------|------------|
| <b>Wypełnia<br/>egzaminator</b> | <b>Nr zadania</b>          | <b>15.</b> |
|                                 | <b>Maks. liczba pkt</b>    | <b>6</b>   |
|                                 | <b>Uzyskana liczba pkt</b> |            |

**Zadanie 16. (0–7)**

Rozpatrujemy wszystkie stożki, których przekrojem osiowym jest trójkąt o obwodzie 20. Oblicz wysokość i promień podstawy tego stożka, którego objętość jest największa. Oblicz objętość tego stożka.





Odpowiedź: .....

|                                 |                            |            |
|---------------------------------|----------------------------|------------|
| <b>Wypełnia<br/>egzaminator</b> | <b>Nr zadania</b>          | <b>16.</b> |
|                                 | <b>Maks. liczba pkt</b>    | <b>7</b>   |
|                                 | <b>Uzyskana liczba pkt</b> |            |

**BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)**